

N° 18 Octobre 2008

<http://www.astrosurf.com/saf/>

> Site SAF COMMISSION DES CADRANS SOLAIRES

Cadran  
Info

Revue de la  
Commission des cadrans Solaires

Nos dossiers

Cadrans solaires sur cône de révolution

&

Les frontispices de gnomonique catoptrique

● **Présentations:**

Cadrans du XV<sup>ème</sup> siècle de J. Fusoris,  
Devises des cadrans du Tarn  
Cadrans à énigmes,  
Diptyques chinois,  
Cadran lunaire à Beru,  
Apoly-terre et Apoly-mer,  
Analemme de Ptolémé,  
Positionneur géographique solaire

● **Etudes:**

Echelles des levers et couchers du soleil  
Gnomonique et arithmétique temporelle  
Gnomonique et marées  
Cadran plan à style ponctuel

● **A réaliser:**

Cadran en mosaïque,  
Cadran gravé,  
Outils gnomoniques  
Bifilaire à la règle et au compas  
Control de l'exactitude des cadrans

● **Informations diverses, nouvelles**

réalisations, bibliothèque virtuelle de  
livres anciens, sites sur internet.









Société Astronomique de France



Maquette d'une stèle gnomonique  
Jean Marin



## Sommaire du N° 18

<a href="#"><u>Cadrans de Jean Fusoris</u></a>	Aubry Gérard	4
<a href="#"><u>Bifilaire à la règle et au compas</u></a>	 Baillet Gérard	13
<a href="#"><u>Devises horaires du Tarn</u></a>	Benoit Didier	15
<a href="#"><u>L'analemme de Ptolémée</u></a>	Collin Dominique/ Claude Ségard	20
<a href="#"><u>Cadran sur cône de révolution</u></a>	 Collin Dominique	36
<a href="#"><u>Gnomonique &amp; arithmétique temporelle</u></a>	 Collin Dominique	53
<a href="#"><u>Gnomonique et marées</u></a>	Cornec Jean-Paul/Labat Pierre	59
<a href="#"><u>Cadran plan à style ponctuel</u></a>	Dallet Pierre Joseph	67
<a href="#"><u>Cadrans à énigmes</u></a>	Gagnaire Paul/ <i>Alain Ferreira</i>	72
<a href="#"><u>Positionneur Géographique Solaire</u></a>	Gulon Jean Louis	74
<a href="#"><u>Exactitude des cadrans, une astuce</u></a>	 Kieffer Maurice	76
<a href="#"><u>La famille Apoly-Améri</u></a>	Opizzo Yves/Ansel Jean Michel	77
<a href="#"><u>Cadrans du château de Bêru</u></a>	Oudenot Gérard	79
<a href="#"><u>Les échelles des levers et couchers</u></a>	Savoie Denis	82
<a href="#"><u>Frontispices de gnomonique catoptrique</u></a>	 Savoie Denis	87
<a href="#"><u>Faites-les vous-mêmes</u></a> (cadrans en mosaïque; gravure sur ardoise; outils gnomoniques)	<i>Theubet Joseph</i> / Valentino Falcone, Jean-Paul Cornec, Michel Lambalieu	102
<a href="#"><u>Diptyques chinois particuliers</u></a>	Vialle Jacques	115
<b>Informations diverses</b>		
Dernières réalisations		
Informations en continu	Jean Louis Gulon, Jean Marin, Michel Lambalieu , Claude Planche, Jean-Michel Ansel, Ph. Sauvageot, J.C. Gavet, A Ferreira, D Savoie, Guy Artzner, François Blayteron,	119
Gnomonique du monde		120
Autres informations		123
Outils anciens		126
Livres et revues		127
Sites internet		128
Articles à paraître		129

Version sur CDrom:

Cliquer sur [le titre \(souligné\)](#) de l'article pour ouvrir celui-ci (lien hypertexte)

 Indique que l'étude détaillée ou le logiciel est inclus dans le dossier "annexe"

### Couverture de "Cadran Info"

Cadran solaire de la SAF ornant l'entrée de l'observatoire de Camille Flammarion à Juvisy (Essonne)  
Caractéristiques du cadran: vertical méridional déclinant (6°57'), latitude 48°41'37" N, longitude 2°22'15" E.  
Date de construction: 1910, restauration en 1998.

Photo P. Gojat

# CADRAN-INFO

est un moyen de diffusion d'articles gnomoniques rédigés principalement par les membres de la "commission des cadrans solaires" de la SAF.

Il vient en complément des publications de la **Société Astronomique de France**: "L'Astronomie" et "Observations & travaux" qui présentent épisodiquement des sujets concernant les cadrans solaires.

**CADRAN-INFO** est une formule simple et flexible qui regroupe la majorité des présentations faites lors de nos 2 réunions annuelles ainsi que des articles reçus en cours d'année.

**CADRAN-INFO** est devenu au cours des années UNE référence d'études, de techniques, de méthodes pour certaines totalement inédites. La liste de l'ensemble des items traités et classés par ordre alphabétique est disponible sur demande.

**CADRAN-INFO** paraît en Mai et en Octobre. Il est vendu lors des deux commissions ou adressé sur demande (participation aux frais) sous forme: papier (tirage N&B ou en couleurs) et CD (les N°1 à 5 sont des scans des tirages papier).

A partir de **CI** N°11, les logiciels ou certains documents numériques sont mis à disposition dans la version CDRom.

Dans un souci d'échanges de connaissances et d'informations, **CADRAN-INFO** est offert aux autres associations gnomoniques (Allemagne, Angleterre, Autriche, Belgique, Canada, Espagne, Hollande, Italie, USA, Suisse).

Ph. Sauvageot

Vice-Président de la Commission des cadrans Solaires

## Remarques:

- ◆ Les articles sont présentés par ordre alphabétique des auteurs (ou en fonction de la composition du bulletin). Le contenu est sous la responsabilité de l'auteur.
- ◆ Les articles<sup>1</sup> sont à envoyer à Ph. Sauvageot (directement à son domicile) sur CDrom/DVD PC (Word, Excel, Access, PAS DE PDF) éventuellement sur papier. Certains sujets pourront être repris dans une parution ultérieure de "L'Astronomie" ou "Observations & Travaux".
- ◆ Les personnes qui souhaiteraient que leurs articles soient réservés exclusivement aux revues "L'Astronomie" ou "Observations & Travaux" devront le préciser dans leur envoi.
- ◆ Les auteurs doivent obligatoirement indiquer leurs sources et/ou références si le sujet a déjà fait l'objet d'articles ou de communications récents.
- ◆ Toute reproduction totale ou partielle des présents articles ne peut se faire qu'avec l'accord des auteurs.
- ◆ Les articles, documents, photos... ne sont pas retournés aux auteurs après publication.

## **Pour tout renseignement:**

Ph. SAUVAGEOT 7, rue de Gloriette 91640 Vaugrigneuse: [sauvageotph@wanadoo.fr](mailto:sauvageotph@wanadoo.fr)  
Ou au secrétariat de la SAF, 3 rue Beethoven 75016 PARIS

*Aucun caractère publicitaire dans les informations données dans le bulletin*

<sup>1</sup> Police: Times New Roman, taille: 12, marges: 2,5



## Cadrans de Jean Fusoris

Par Gérard Aubry

*Quelques cent vingt ans avant Oronce Fine, un chanoine du début du XV<sup>e</sup> siècle calcule et fabrique des instruments astronomiques : astrolabes, sphères, horloges... et quelques « quadrans<sup>1</sup> ». Parmi eux, des cadrans solaires modernes ! Cette dernière activité, bien qu'accessoire pour "l'ingénieur", nous autorise à souligner la place respectable de Jean Fusoris parmi les précurseurs des cadrans à style polaire en Europe.*

### LES "PREMIERS" CADRANS

Héritage des Arabes, les cadrans à style polaire ont, en Europe occidentale, des débuts assez ténébreux.

- Lalande cite Munster 1489-1559 comme le premier moderne qui ait traité de gnomonique en 1531.
- Delambre donne la priorité à Stoffler 1518.
- Montucla propose Schöner 1515 et évoque Stabius, Striborius, Werner astronomes du XV-XVI<sup>e</sup> siècles sans commentaires.
- J. Parès reprend les mêmes sources. Il y ajoute, plus tardivement, Ziegler 1531 et Oronce Fine 1531. Il note aussi une *Table gnomonique de Purbach*.
- Gassendi indique que Peurbach 1423-1461 a rédigé différents traités sur la fabrication des cadrans sans citer de références. Néanmoins, le maître de Regiomontanus nous a laissé le plus ancien cadran portatif connu actuellement daté de 1451. Autour de cette date les premiers cadrans d'édifices ont commencé à orner églises et cathédrales...
- Aujourd'hui, c'est M. Emmanuel Poulle, membre de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres, historien des Sciences, qui nous plonge quelques dizaines d'années en arrière dans la vie mouvementée de J. Fusoris et dans son œuvre où cadrans et gnomonique se font une place discrète mais bien réelle<sup>2</sup>.



Fig. 1 Peurbach 1451



Fig. 2 Alpirsbach 1477



Fig. 3 Strasbourg 1493

<sup>1</sup> Au XIII<sup>e</sup> s., à la Renaissance, et même plus tard, le terme *quadrans* du lat. *quadrans* « quart (d'une unité) », pouvait signifier au sens où nous l'entendons aujourd'hui : quadrant quart de cercle, cadran d'horloge, cadran solaire... Ce terme générique sera conservé en cas d'ambiguïté.

Il en est de même du terme *orloge* du lat. *horologium*, cité un peu plus loin, qui désigne indistinctement tout instrument donnant l'heure : horloge mécanique, solaire, hydraulique... Voir G. Dohrn-van Rossum, p. 55 [5] pour plus de détails.

<sup>2</sup> E. Poulle, *Un constructeur d'instruments astronomiques au XV<sup>e</sup> siècle Jean Fusoris*. Voir Biblio.[1] en fin d'article.

## LA VIE DE JEAN FUSORIS

Les archives d'un procès intenté à J. Fusoris nous permettent de retracer une grande partie de sa vie<sup>3</sup>.

Jean Le Fondateur est né à Giro mont dans les Ardennes d'un père potier d'étain, vers 1365, en pleine guerre de Cent Ans. Il fit des études à Paris et pris alors le nom latinisé de Fusoris. « Homme excellent en la science de géométrie et grand astrologien », il obtint le titre de maître es arts vers 1490, et plus tard celui de médecine en 1498. Au décès de sa mère, au

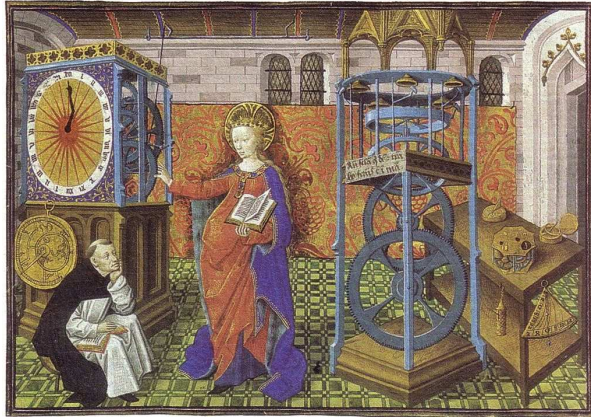


Fig. 4 Le domaine de Fusoris

plus tard à l'âge de 25 ans, vers 1490, il retourna temporairement au pays natal. Certainement influencé par la tradition familiale, dans une région métallurgique bien approvisionnée en dinanderie, il se consacra dès cette époque à la construction d'instruments scientifiques en laiton : « operatus est de quadrantibus et orologis. »

Rapidement ses instruments, astrolabes, sphères armillaires, quadrans, horloges... furent achetés par de hauts personnages et le rendirent célèbre. Il se tissa un important réseau de relations et fut amené

tout naturellement à développer son entreprise en recrutant des compagnons qui fabriquèrent des « orloges » dès 1400.

Sur un autre plan, bachelier en théologie, il devint chanoine de Reims en 1404, puis chanoine de Paris en 1411<sup>4</sup>... curé de Jouarre en 1414, chanoine de Nancy. Sa charge ecclésiastique et ses activités commerciales l'amenaient à partager son temps entre Paris et la province et donc à beaucoup voyager.

C'est à cette époque que, continuant à créer de nouveaux instruments, il vendit un équatoire<sup>5</sup> au prix de 400 écus à l'évêque de Norwich<sup>6</sup>, haut conseiller à la Cour du roi d'Angleterre. Payé à moitié, le temps passant, il poursuivit son débiteur dans le pays ennemi en intégrant la suite d'un ambassadeur, l'archevêque de Bourges. Après de fastidieuses démarches à la Cour du roi Henri V, il parvint à se faire maigrement payer le solde et revint alors en France. C'est là qu'il fut soupçonné d'intelligence avec l'ennemi et arrêté en 1415, peu avant la sinistre bataille d'Azincourt. D'où son procès qui eut lieu en 1416.

Condamné, au bénéfice du doute, à l'exil à Mezières-sur-Meuse, il ne rentra en grâce qu'en 1423. C'est à cette date qu'il orna la cathédrale de Bourges, résidence temporaire du roi Charles VII, d'une superbe horloge astronomique rénovée récemment<sup>7</sup>.

Quelques années plus tard, en 1432, on lui commanda un traité de cosmographie et il fut officiellement chargé par le roi Charles VII de dresser de nouvelles tables astronomiques. Malheureusement, il ne put mener à terme ces travaux mathématiques et astronomiques, la mort survenant en 1436.



Fig. 5 Un planétaire

<sup>3</sup> E. Poulle [1] ; L. Mirot, *Le procès de maître Jean Fusoris* [2]

<sup>4</sup> A ce titre, il fut chargé de la garde des clefs du Trésor.

<sup>5</sup> Equatoire : ici sorte de planétaire mécanisé. D'une façon générale : « instrument permettant de trouver les équations des planètes ou plus généralement leurs vrais lieux. » suivant le système de Ptolémée : E. Poulle [1] p. 41-64, 125-180

<sup>6</sup> Fusoris était alors le médecin de l'évêque, lors d'un séjour à Paris.

<sup>7</sup> Voir : *L'horloge astronomique de la cathédrale de Bourges* [3]

## SON ŒUVRE LES INSTRUMENTS<sup>8</sup>

### Astrolabes

Nbre : 1	Roi d'Angleterre Henri V	1415	Prix : 40 nobles (70 écus)
1	Roi d'Aragon Jean I	avant 1395	
1	Pape Jean XXIII	1410	
4	Anonymes	dès avant 1415	de 24 à 30 écus <sup>9</sup>

### Sphères

1	Roi d'Angleterre Henri V	1415	
1	Pape Jean XXIII	1410	
7 (l'équatoire)	Évêque de Norwich	1414	400 écus

### Horloges

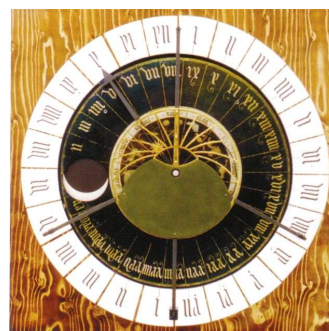
2	Duc d'Orléans	1397	$\Sigma = 240$ écus
1 astronomique	Chapitre de Bourges	1424	225 livres hors conception

### Quadrans

?	?	vers 1390 et plus tard	
---	---	------------------------	--



Fig. 6 Astrolabe de Fusoris,  
Horloge astronomique de



Bourges et son cadran

## LES BIBLIOGRAPHIES<sup>10</sup>

Textes	Destinataires ou Commentaires
Traité et usages de l'astrolabe	pour Pierre de Navarre
Pratique de l'astrolabe	Évêque de Norwich, roi d'Angleterre Henri V
Livret d'astrologie	Évêque de Norwich, roi d'Angleterre
Composition des révolutions de la sphère solide	Roi d'Angleterre
Tables trigonométriques	Roi Charles VII
Géométrie pratique, algèbre	B.N. Manuscrit lat. 7287 = fr. 1339 attribué à J. F <sup>11</sup> .

<sup>8</sup> E. Poulle [1] p. 4, 5 ; L. Mirot [2]

<sup>9</sup> 15 astrolabes attribués à J. Fusoris subsistent aujourd'hui d'après la B.D. Webster Signature du site [adlerplanetarium.org](http://adlerplanetarium.org) ; l'un d'entre eux aurait été vendu aux enchères à Londres pour 115 000 \$, source : Web.

<sup>10</sup> Essentiellement : E. Poulle [1] p. 5

<sup>11</sup> D'après différentes sources sérieuses du Web (voir à "Fusoris" sous Google), non cité par E. Poulle.

Textes et dessins au sujet des « Quadrans »	B.N. Manuscrit lat. 15104 (voir § 4)
Textes et dessins sur les instruments astronomiques	B.N. Manuscrit lat. 7295 "d'après" J. F. (voir § 4)

Comme on peut le constater d'après les tableaux précédents l'activité de J. Fusoris se porte surtout sur les horloges, sphères et astrolabes. Ce sont ces trois types d'instruments qui forment le corps de l'ouvrage d'E. Poulle. Bien qu'intimement liés aux précédents, nous nous intéresserons plus à l'accessoire, c'est à dire aux cadrans, notre domaine d'études privilégié.

## LES «QUADRANS »

Les deux derniers manuscrits cités dans la bibliographie du paragraphe précédent sont les sources à partir desquelles nous allons traiter la partie « quadrans »<sup>12</sup>. Les sujets abordés, un peu en vrac dans ces manuscrits, se retrouvent sous forme de notes, calculs et tables. Ils sont de trois types :

1. Les cadrans à style polaire.
2. Le cadran dit de berger.
3. Les quadrants de hauteur.

Nous développerons le sujet 1, les sujets 2 et 3 feront l'objet d'un article ultérieur.

### 1- LES CADRANS A STYLE POLAIRE

◆ **Le manuscrit lat. 15104** est le plus important. Les feuillets 138-142 qui nous intéressent sont certainement du XV<sup>e</sup> siècle. Le nom de « Jo. Fusoris » y figure par deux fois, employé à la première personne comme parape, mais pour différentes raisons, liées aux annotations sur le manuscrit, E. Poulle pense qu'il ne s'agit pas d'un document autographe; cependant, cette observation ne remet pas en doute la paternité des écrits.

Ce qui semble le plus remarquable et qu'on ne retrouve guère dans les ouvrages des premiers constructeurs de cadrans, c'est la partie théorique. Ici, pas de solution géométrique, pas de tracé à la règle et au compas, mais des calculs de trigonométrie sphérique, application directe de Ptolémée. Quelles étaient ses sources ? Nous laissons aux spécialistes le choix des hypothèses.

Voyons plutôt le principe de ces calculs présentés sous une forme trigonométrique actuelle.

#### 1.1. LE KATHA

Ce terme, employé dans le texte par Fusoris, définit une méthode de résolution des triangles sphériques, plus connue actuellement sous le nom de **théorème de Ménélaüs II de trigonométrie sphérique**<sup>13</sup>.

Soient 2 triangles sphériques *fig. 7* sécants ayant un sommet commun A et des cotés ANM et ACB formés par des arcs de grands cercles tels que :

$$\begin{array}{llll}
 \text{extérieurement :} & AB = n1 & LC = n2 & AN = n \\
 & AM = m1 & MC = m2 & AC = m \\
 \\ 
 \text{et intérieurement :} & BL = s1 & LC = s2 & BC = s \\
 & ML = t1 & LN = t2 & MN = t
 \end{array}$$

<sup>12</sup> Toujours d'après E. Poulle [1]

<sup>13</sup> D'après : R. D'Hollander, *Sciences géographiques dans l'Antiquité* [4] p. 240-242, 257



Le théorème de Ménélaüs II correspond à la relation :

$$\frac{\sin s_2}{\sin s_1} = \frac{\sin m_2}{\sin m_1} \times \frac{\sin n}{\sin n_2}$$

Application à la détermination des angles horaires d'un cadran horizontal :

Pour plus de commodité nous ne reprendrons pas la désignation des points de la sphère empruntée à l'Almageste par Fusoris. Nous suivrons cependant le texte de E. Poulle qui est explicite fig. 8.

« Soit une sphère céleste de centre O, de pôles P'P et d'équateur M'EM, sur laquelle nous considérons l'horizon H'EH, dont le méridien est PHM. Par le point P et par les divisions en quinze degrés de l'arc EM passent les grands cercles horaires, dont l'un PK coupe l'horizon en F. Pour construire un cadran solaire, il faut déterminer les positions, sur un cercle tel que EH, des points tels que F où passera l'ombre d'un gnomon parallèle à l'axe du monde OP. La katha est la représentation schématique de cette disposition. »

Appliquons le théorème de Ménélaüs II aux triangles sphériques MEH et MPK en remarquant que les angles EOH = EOM = MOP = π/2 et POH = ∅

$$\frac{\sin s_2}{\sin s_1} = \frac{\sin m_2}{\sin m_1} \times \frac{\sin n}{\sin n_2} \quad \text{soit} \quad \frac{\sin s_1}{\sin s_2} = \frac{\sin m_1}{\sin m_2} \times \frac{\sin n_2}{\sin n}$$

$$\frac{\sin s_1}{\sin(\pi/2 - s_1)} = \frac{\sin m_1}{\sin(\pi/2 - m_1)} \times \frac{\sin \emptyset}{\sin \pi/2} \quad \text{soit} \quad \text{tg } s_1 = \text{tg } m_1 \times \sin \emptyset$$

formule qui donne l'angle entre une ligne horaire et celle de midi, bien connue des gnomonistes actuellement sous la forme : **tg H' = sin ∅ . tg H**

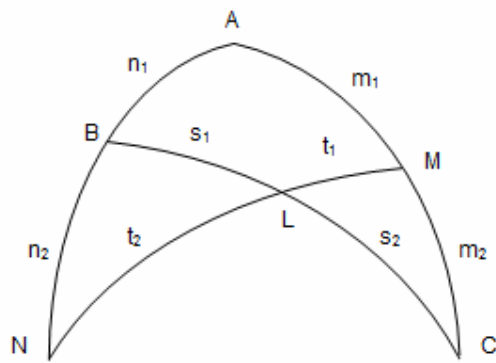
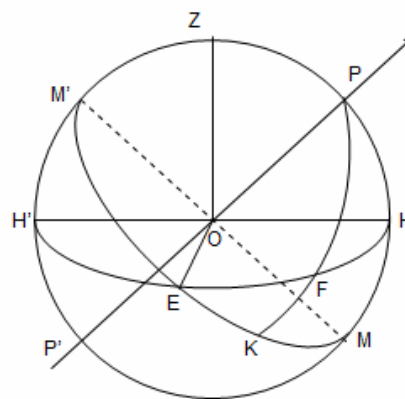
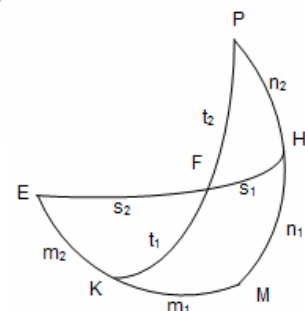


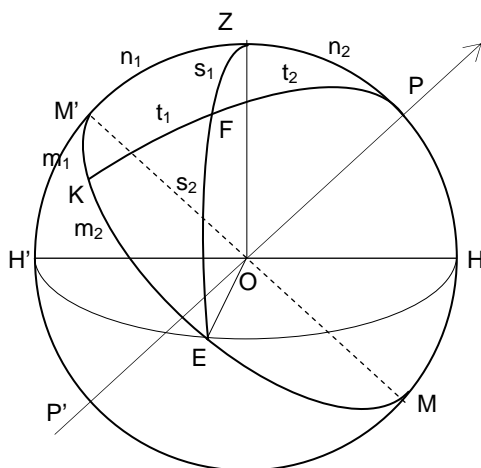
Figure 7 ▲



▲ Figure 8 ▶



◀ Figure 9



## 1.2. APPLICATION NUMERIQUE A DES CADRANS PARISIENS

Fusoris détaille des calculs - non repris ici - suivant différentes latitudes, pour des cadrans horizontaux parisiens. Il souligne, en introduction, avoir indiqué qu'il avait repris par *katha* le tracé (géométrique ?) d'un cadran en pierre réalisé pour l'abbaye de Cluny, abbaye sise sur la rive gauche de la Seine et non en Saône-et-Loire, comme on pourrait éventuellement le penser. Les résultats (angles tabulaires des lignes horaires) sont sensiblement corrects pour les latitudes choisies.

Heures égales base des calculs	Cluny	Paris ( $\varnothing_{\text{vraie}} = 48^{\circ}51'$ à N-D)	
	$\varnothing = 49^{\circ}$ (valeurs approchées)	48°50'	49°
1 - (XI et XIII)	11°30'	11°24'	11°30'
2 - (X et XIV)	23°30'	23°26'	23°30'
3 - (IX et XV)	37°	37°	37°
4 - (VIII et XVI)	52°	52°30'	53°
5 - (VII et XVII)	70°	70°20'	70°15'
6 - (VI et XVIII) pour info	90°	90°	90°

## 1.3. TABLES DETAILLEES POUR PARIS

Elles donnent des résultats, toujours calculés par *katha*, dixit Fusoris, pour les cadrans horizontaux, mais aussi pour les cadrans verticaux méridionaux. La latitude n'est pas précisée.

Nous donnons page précédente *fig. 9* la figure de la sphère correspondant au *katha* d'un cadran vertical méridional. Fusoris s'abstient de tout développement pour ces calculs.

Le plan vertical du cadran est défini par OEZ, les triangles sphériques sont M'EZ et M'PK. On remarquera que l'angle OZP =  $(\pi/2 - \varnothing)$  et  $\sin \text{OZP} = \cos \varnothing$ .

Les résultats sont immédiats. On trouve :  $\text{tg } s_1 = \text{tg } m_1 \times \cos \varnothing$ .

Formule connue sous la forme :  $\text{tg } H'' = \cos \varnothing \cdot \text{tg } H$

Tables transcrites d'après E. Poule (valeurs en police Arial)  
et écarts par rapport aux valeurs calculées actuellement.

Cadran vertical méridional				Cadran horizontal : $\varnothing$ supposée = 48°50'			
Fusoris / Poule		Obs : $\varnothing$ supposée = 48°50'		Fusoris / Poule			
Heure	H <sub>F</sub> ''	H'' théo. écart	$\varnothing f(H_F'')$	H <sub>F</sub> ' f(1/2 h)	H <sub>F</sub> ' H' théo. écart	$\Delta H_F'$	
0 h 20 m	03°20'	3°18' 02'	48,3°	5°30'	03°50' 3°46' 04'		
0 h 40 m	06°40'	6°37' 03'	48,5		07°30' 7°34' -04'		
1 h	09°30'	10° - 30'	51,35		11°20' 11°24' -04'	11°20'	
1 h 20 m	13°20'	13°28' -08'	49,4	17°	15°15' 15°19' -04'		
1 h 40 m	16°30'	17°04' -36'	50,55		19°15' 19°21' -06'		
2 h	20°15'	20°49' -34'	50,3		23°30' 23°30' 00'	12°10'	
2 h 20 m	25°	24°45' 15'	48,25	30°	27°50' 27°48' 02'		
2 h 40 m	29°	28°55' 05'	48,65		32°15' 32°17' -02'		
3 h	33°	33°21' -21'	49,5		37° 37° 00'	13°30'	
3 h 20 m	38°20'	38°06' 14'	48,45	44°40'	41°50' 41°54' -04'		
3 h 40 m	42°50'	43°14' -24'	49,5		47° 47°04' -04'		
4 h	48°15'	48°45' -30'	49,7		52°30' 52°30' 00'	15°30'	
4 h 20 m	54°	54°41' -41'	50,05	61°20'	58°10' 58°13' -03'		
4 h 40 m	61°20'	61°04' 16'	48,25		64° 64°12' -12'		
5 h	67°	67°52' -52'	50,85		70°20' 70°24' -04'	17°50'	
5 h 20 m	75°	75° 00'	48,85	80°30'	76°50' 76°49' 01'		

5 h 40 m	83°	82°26' 34'	44,5		83°20' 83°22' -02'	
6 h	90°	Moyenne	Moyenne		90° Moyenne	19°40'
		-11'	49,11°		-2,5'	

Remarques :

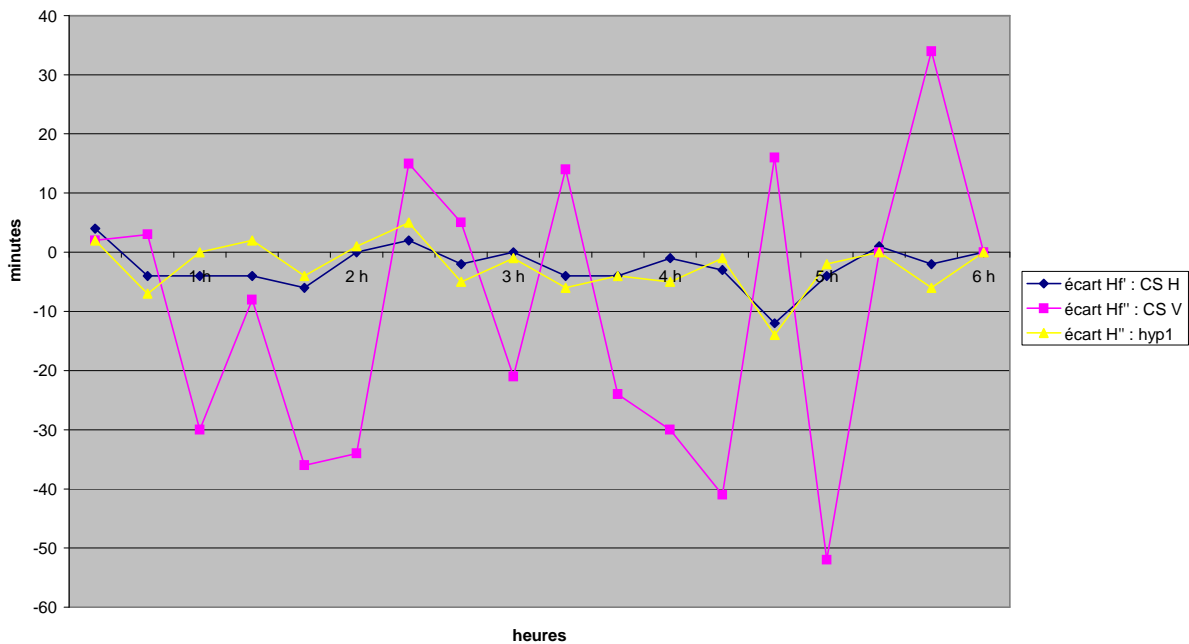
Il faut d'abord souligner que :

- Les valeurs Fusoris / Poulle du type  $H_F$  sont arrondies au 1/4 ou au 1/6 de degré (soit 10 minutes).
- Les tables trigonométriques de Fusoris ne comportaient que des tables des cordes et des sinus de 15 en 15 minutes, avec cependant un minimum de 7 chiffres significatifs pour les valeurs exprimées des sinus<sup>14</sup>.

Partant de ces faits, on constate que :

1. Pour le cadran horizontal : les  $H_F'$  correspondent bien aux résultats théoriques  $H'$  théo. calculés avec des outils trigonométriques actuels pour la latitude supposée : moyenne des écarts  $\bar{x} = -2,5' \pm 2,6$  pour un coef. d'élargissement de 3 et écart-type expérimental  $s = 3,6'$ . Voir ci-dessous la courbe en bleu sur le graphique.
2. Pour le cadran méridional : les valeurs  $H_F''$  sont assez éloignées des  $H''$  théo. Les écarts les plus importants sont généralement pour les heures entières ! Statistiques :  $\bar{x} = -11' \pm 18$  et  $s = 25'$ . Voir ci-dessous la courbe en rouge sur le graphique. Les latitudes théoriques  $\emptyset f(H_F'')$  du tableau qui se déduisent des valeurs des angles tabulaires des lignes horaires sont donc très anarchiques.

Ecarts des tables



On peut s'interroger sur le manque de cohérence entre les valeurs des tables des deux types de cadrans.

<sup>14</sup> Les tables trigonométriques de Fusoris étaient les plus précises et les plus complètes de l'époque ; à mi-chemin entre Ptolémée qui ne donnait que les cordes avec un pas de 1/2° et Peurbach qui donna des tables de 10 en 10 minutes. Regiomontanus lui atteindra la minute et publiera la première table des tangentes dans l'occident latin.

Deux hypothèses sont envisagées :

**H1** : Il est possible que Fusoris se soit contenté, pour le cadran méridional, de calculer les angles tabulaires des lignes horaires à partir des valeurs arrondies de la table horizontale en appliquant la relation :  $tg H'' = tg H' / tg \varnothing$ . Après calcul sous Excel, le résultat n'est pas probant, les valeurs calculées là, sont bien plus proches des valeurs théoriques que les valeurs de Fusoris. Voir sur le graphique la courbe en jaune : *écart H''*.

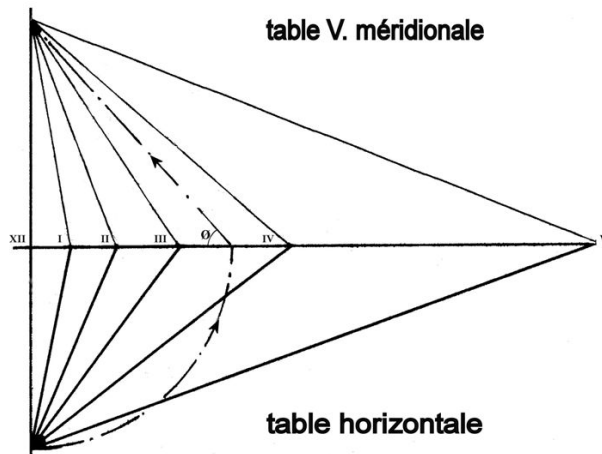


Fig. 10 *Épure pour les 2 types de tables*

**H2** : Il peut sembler douteux que Fusoris se soit contenté de relever des valeurs d'angles obtenus par épure à partir d'un tracé de cadran horizontal. Néanmoins, après épure personnelle *fig. 10*, cette hypothèse semble malgré tout plausible (les écarts trouvés sur les valeurs, sans intérêt, sont de l'ordre des écarts de Fusoris)...

Quoi qu'il en soit, il faut souligner que la précision de la table verticale est bien suffisante pour un tracé de cadrans très certainement portatifs.

Ici s'arrête l'exploitation du manuscrit lat. 15104

◆ **Le manuscrit lat. 7295**, lui, très certainement des années 1430-1450 comporte, entre autres, des notes éparses sur les cadrans à style polaire. Mais ces notes sont plutôt le fait d'Henri Arnault de Zwolle, élève de Fusoris. On y trouve d'après E. Poulle, dessins, graphiques, notes diverses, tables sur trois cadrans<sup>15</sup>, cadrans qui méritent d'être soulignés pour la date citée :

- Deux cadrans non datés pour Bruxelles, dont un pour un dénommé Jean Russy.
- Un cadran daté de 1446 pour Dijon, , avec des références au cadran de Jean Russy.

### **Ici s'arrête l'étude des cadrans à style polaire de l'époque.**

Nous tenons encore à souligner à ce stade l'apport mathématique de Fusoris à la construction de nos cadrans modernes, à une époque où la documentation sur le sujet était exceptionnelle.

Nous tenons aussi à remercier vivement M. Emmanuel Poulle, sans qui l'intérêt de Fusoris pour ce type d'activité serait resté (temporairement ?) dans l'ombre des manuscrits la B.N..

Une conclusion globale sur les *quadrans*, sera proposée à la fin d'un prochain article sur « *l'apport de Fusoris au cadran de berger et aux quadrants de hauteur.* »

<sup>15</sup> Le manuscrit est analysé et décrit par G. Le Cerf et E.-R. Labande, *Les traités d'Henri-Arnaut de Zwolle et de divers anonymes*, Paris 1932. Il a fait l'objet d'une notice correctrice pour la partie astronomie de la part d'E. Poulle dans son ouvrage [1]. Les dessins ne sont pas repris.

## BIBLIOGRAPHIE

### Ouvrages principaux

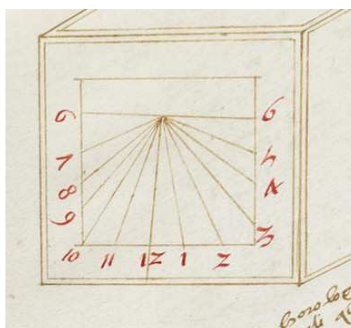
- [1] Poulle (Emmanuel), *Un constructeur d'instruments astronomiques au XV<sup>e</sup> siècle Jean Fusoris*, Librairie Champion, Paris, 1963. Accessibilité : CCF<sup>16</sup>.
- [2] Mirot (L.), *Le procès de maître Jean Fusoris*, dans *Mémoires de la Société de l'histoire de Paris et de l'Île-de-France*, t. 27, p.137-287, 1900. CEREP Sens.
- [3] Bougelot – Catoire (Alain & Jean-Yves), *l'Horloge astronomique de la cathédrale de Bourges*, chez J.-Y. Catoire, 2006.Web.
- [4] Hollander (Raymond D'), *Sciences géographiques dans l'Antiquité*, Association Française de Topographie, St Mandé, 2002. AFT.
- [5] Dohrn-van Rossum (Gerhard), *L'histoire de l'heure*, éd. de la Maison des Sciences de l'Homme, Paris, 1992/97.

### Ouvrages auxiliaires

- Delambre (Jean-Baptiste), *Histoire de l'Astronomie du Moyen Age*, éd. Jacques Gabay, Paris, 1819 / 2006. Gabay.
- Gassendi (Pierre), *Vies de Tycho Brahé, Copernic, Peurbach et Régiomontanus*, trad. Jean Peyroux, lib. Blanchard, Paris. Blanchard, CCF.
- Parès (Jean), *La gnomonique de Desargues à Pardies*, dans *Cahiers d'Histoire et de Philosophie des Sciences*, n° 17, 1988. CCF.
- Savoie (Denis), *La Gnomonique*, Les Belles Lettres, 2007. SAF.

### ILLUSTRATIONS

- Fig. 1 Web, M. Schwarzinger, CCS Autriche.
- Fig. 2 Web, site alsacien ? Reproduction.
- Fig. 3 Web, cathédrale de Strasbourg.
- Fig. 4 Page de couverture de *L'histoire de l'heure* de Gerhard Dohrn-van Rossum [5]. Miniature de *Horologium Sapientiae* (vers 1450) de H. Seuse, ms. Bruxelles, B.R.IV, folio 13v. © Bib. Royale Albert I<sup>er</sup>, Bruxelles.
- Fig.5 Page de couverture partielle des *Instruments de mathématiques XVI<sup>e</sup>-XVII<sup>e</sup> siècles*, musée du Louvre, Seuil, Paris, 2000.
- Fig. 6 Web, images Google : *Fusoris* : sites de Greenbelt, horloge Bourges. Voir aussi Bib.[3].  
Ci-dessous : Web, détail F. 45r, ms. 47 (vers 1500), Bib. num. St. Laurent de l'Université de Lund.



\*\*\*\*\*

<sup>16</sup> CCF : Catalogue Collectif de France. Site web, pratique le prêt entre bibliothèques.



# Bifilaire à la règle et au compas

Par Gérard Baillet

*Cette étude a pour objet de récapituler le travail sur le cadran bifilaire, ainsi que « les nouveautés » trouvées à cette occasion. Elles sont issues de l'étude des propriétés d'un cadran avec des fils à orientations quelconques, ainsi que sa ligne équinoxiale et les caractéristiques de ses points horaires. Puis est venue la démonstration d'obtenir un cadran equi-angle (15° entre chaque ligne d'heure) avec des fils à orientations quelconques et enfin son procédé de tracé très simple à la règle et au compas.*

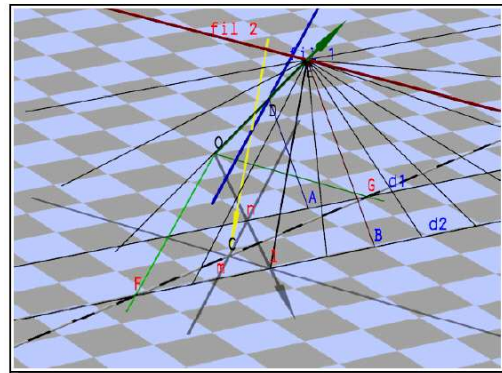
## Composition de l'étude:

Après avoir présenté les généralités [generalite.pdf], les deux premiers documents sont des explications et démonstrations géométriques, les quatre derniers des progressions de dessins à la main sans aucun calcul, ni intervention de l'informatique excepté pour copier les dessins. Il est préférable, pour une meilleure compréhension, de lire les documents dans l'ordre à savoir:

Premier document [expl\_equi\_3.pdf]. Celui-ci démontre les propriétés de la ligne équinoxiale et la caractéristique des points horaires sur celle-ci.

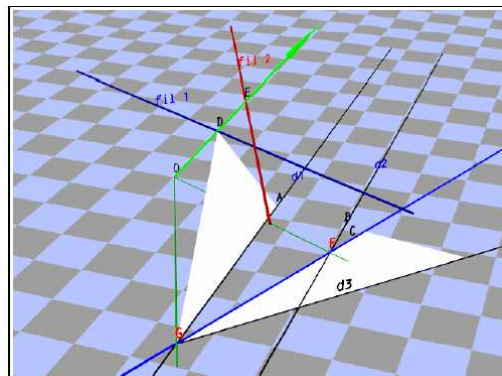
Deuxième document [trace\_equi\_a.pdf]. Il décrit étape par étape la procédure de tracé d'un cadran bifilaire quelconque, puis les propriétés nécessaires au tracé d'un cadran equi-angle (15° entre les lignes d'heures) avec des fils non orthogonaux.

Utilisation de la position des points horaires sur la droite d'équinoxe ▶



Troisième et quatrième document [méthode\_1.pdf] et [méthode\_2.pdf]. J'ai voulu, dans ces documents, montrer la réalisation du tracé d'un bifilaire quelconque à la main. Aussi j'ai scanné chaque étape du dessin à la règle et au compas d'un cadran. Chacun des deux fichiers montre la progression du tracé suivant une méthode différente.

Transport des angles horaires ▶



Cinquième et sixième document [equi\_ang\_1.pdf] et [equi\_ang\_1s.pdf]. Ces documents, montrent comment tracer un bifilaire equi-angle à la main. J'ai scanné chaque étape du dessin à la règle et au compas de ce cadran. Chaque fichier montre la progression du tracé suivant une orientation différente du fil au départ.

## Principaux points découverts

Pour un cadran bifilaire horizontal avec des fils à orientations quelconques, j'utilise deux fils à orientations quelconques qui coupent un style polaire. Je trace l'équinoxiale ainsi que les lignes d'heures qui sont des droites passant par le pied du style.

J'ai établi deux procédés pour tracer l'équinoxiale. Les points horaires (heures entières) sur l'équinoxiale sont trouvés par l'intersection des rayons répartis au pas de  $15^\circ$  autour d'un centre. Ce centre est accessible de deux manières simples à la règle et au compas. Il reste à réunir les points horaires de l'équinoxiale au pied du style pour avoir les droites d'heures du bifilaire.

Lorsque le centre défini plus haut est symétrique du pied du style par rapport à l'équinoxiale, les lignes d'heures du bifilaire deviennent equi-angle ( $15^\circ$  entre les lignes d'heure). Le procédé, à la règle et au compas, est très simple pour établir ce cadran à partir de la connaissance de la hauteur d'un fil et de la direction (quelconque) de l'autre.

L'étude complète avec de nombreux schémas guidant pas à pas la réalisation du cadran est disponible auprès de l'auteur et en annexe sous forme PDF dans la version numérique du présent Cadran-Info.

## En Conclusion

La présentation algébrique des cadrans bifilaires existe (voir Michnick, Collin...), cependant nous trouvons peu de réalisations, la cause est peut être la complexité des équations. J'espère qu'avec les procédés à la règle et au compas à peine plus long que pour un cadran à style polaire, un plus grand nombre d'amateurs s'intéresseront au sujet.

Les méthodes découvertes permettent de tracer simplement des bifilaires non orthogonaux, en choisissant l'orientation de la ligne d'équinoxe ou d'obtenir des cadrans equi-angle avec des fils non orthogonaux.

Il reste à développer les cadrans verticaux déclinant.

J'espère que d'autres amateurs essaieront de simplifier ou de rendre plus compréhensibles mes méthodes.

⇒  **Dans la version CDrom de Cadran Info vous trouverez en annexe:** L'ensemble de l'étude comportant de nombreux schémas pédagogiques

\*\*\*\*\*

***Une pipe qui ne perd pas le Nord et... qui donne l'heure***

*(Photo de Didier Baret)*





## Devises horaires du Tarn

par Didier Benoit

*Paroles de Soleil*», est le nom donné à l'ouvrage contenant le recensement des devises des cadrans solaires de notre pays, réalisé par les membres de la commission des cadrans solaires de la Société Astronomique de France. Voici quelques autres devises concernant le département du Tarn.

### **I - Devises philosophiques et morales**

#### **Devises philosophiques**

##### Dénonciation des travers des hommes

Français:

1- Le monde appartient à celui qui se lève matin. (Labastide de Lévis lieu dit la Gachée. Cadran datant de la deuxième moitié de XIX siècle).

##### Egalité de nos existences

Latin:

2- QUOTA. EST. HORA. FORTE. TUA « Quelle heure est-il ? Peut être la tienne » (de ta mort) (Senouillac lieu dit Gaches. XIX siècle).

##### A la recherche de la sagesse

Latin

3- OMNIA SIMPLICIA SCIENCIA EXPLANANTE « La science expliquant toutes les choses simples ». Plus proche du cadran solaire : « Avec une science simple, explique toute chose », devise de l'abbé Cugnace. (Emile Rouanet MCMLXXVI (1976). Cadran analemmatique à deux gnomons nord et sud pour installation à l'équateur).

##### Sa lumière est science

4- LUX MEA LEX ARS LONGA « La lumière, ma loi, est un vaste savoir ». Plus ecclésiastiquement : « La lumière est mon guide permanent ». L'abbé Cugnace est l'auteur de cette devise. (Mazamet : Emile Rouanet. 1969. Cadran analemmatique circulaire).

##### Se mettre au travail

1- EXELSITATE (Excelsitate) OBSERVANTE AGE « Observe la hauteur (du soleil) et agis ». (Mazamet : Emile Rouanet cadran de hauteur dit Capucin de régiomontanus. Daté : MCMLXXV).

2- HORAS AB ORTU ET HORAS OCCASU(M ?) SOLIS, suivit de : SURGE AGE REQUIESCE NUMERA CONTINENS « Lève toi, agis, repose toi. Du lever au coucher du soleil, je contiens les heures ». Devise de l'abbé Cugnace. (Mazamet : Emile Rouanet : Triens Apiani pour heures babyloniennes et italiennes. Deuxième moitié du XX siècle).

##### Le soleil est roi

1- SOL REGIT OMNIA TEMPUS ET OPUS OSTENDIT « Le soleil régit toutes choses. Il indique le temps et le travail (l'œuvre). Devise de l'abbé Cugnace. (Mazamet, Emille Rouanet. Cadran de hauteur daté MCMLXXV (1975)).

### **II) Devises religieuses**

##### Dieu est tout puissant

1- SIDERIBUS VIAM QUAERE CAELESTIS INDEX FALLERE NESCIT « Cherche ta route dans les étoiles, l'indicateur céleste ne sait pas se tromper ». Devise de l'abbé Cugnace. (Mazamet : Emile Rouanet MCMLXXVII (1977). Astrolabe de Roias).

### **IV- La fuite du temps, la fuite de la vie**

##### Le temps s'écoule

Occitan:



1- PASSO LOU TENS (écrit ici comme il se prononce) Passe le temps. (Lautrec, église de Provilhergues).

## **VI) - Astronomie Générale**

### Les étoiles donnent l'heure

1- STELLIS HORAM « Par les étoiles l'heure ». Sur le bras « STELLA HORARIA » L'étoile horaire ; allusion à l'étoile polaire qui est le pivot du fonctionnement de cet instrument. (Mazamet: Emile Rouanet .Nocturlabe 1979).

2- HORAS ET SEPTENTRIO SOLE REPERIS « Tu repères les heures et le nord grâce au soleil ». *Tu repères les heures par les étoiles (de la petite ourse) et le nord par le soleil* ». Devise de l'abbé Cugnace. (MAZAMET Emile Rouanet MCMLXXXII FECIT (fait en 1982). Double cadran auto orientable azimutal analemmatique et horizontal ordinaire).

3- SELENIO ... HELIO Lune...Soleil. Origine : du grec Sélène : la lune et du grec hélios : le soleil. (Convertisseur luna/solaire 1968 E Rouanet).

## **VII) - Le cadran solaire, fonctionnement et utilité**

### Il marque l'heure

Latin:

1- DOCEO HORAS «J'enseigne les heures». (Senouillac hameau de Rueyres Cadran de Camille Angles. Deuxième moitié du XX siècle).

2- LEGE QUAESO HORAS VIAS MENSURA SOLE REPERIS; plus loin : CIRCUM TERRAN PACTAM VERAMQUE HORAM INDIQUO « Je t'en prie, lis les heures. Tu les repèreras par les mesures horaires». « Tout autour de la terre, j'indique l'heure vraie et reconnue par tous ». Devise de l'abbé Cugnace. (Mazamet : Emile Rouanet. Equatorial à fuseaux. Deuxième moitié du XX siècle).

3- ALTITUDO TEMPUS ET OPUS OSTENDIT. «La hauteur (de l'ombre) indique l'heure et l'œuvre s'accomplis». Devise de l'abbé Cugnace. En haut du cadran : ALTITUDO SOLARIUM (Hauteur du soleil); suivit de : INCLINATIO CAELI 48°30 (Inclinaison sur le ciel, la latitude, 48°30). En haut des arcs de cercles : GREGORIANUM CALENDARIUM (livre de compte,calendrier grégorien). En dessous du gnomon : UMBRA RECTA - UMBRA VERSA (ombre droite et ombre qui tourne, ombre du matin et ombre du soir). Millésime. MCMLXXXII MAZAMET FECIT E ROUANET.

4- SOLE HORAM PRAEBO «Le soleil montre l'heure». Devise de l'abbé Cugnace. (Cadran de hauteur MCMLXXII E Rouanet Mazaet).

### Il donne le temps moyen

Occitane:

1- RETARDI TE CAL AJUSTAR AVANCI TE CAL TIRAR. «Je retarde, tu dois ajouter J'avance, tu dois retirer (soustraire)». (Salies, bloc gnomonique en granit vert avec graphique de l'équation du temps pour l'année).

### Le soleil le dirige

SOLIS ET ARTIS OPUS «Le soleil est maître de l'oeuvre». Devise de l'abbé Cugnace. (Horizontal stéréographique d'Oughtred E Rouanet MCMLXXVIII).

2- SOLIS ET ARTIS OPUS TOTO ORBE TOTA CITA ASPICE ET METIRE «Le soleil est maître de l'oeuvre,Toute la terre citée, regarde et mesure». Devise de l'abbé Cugnace. (Analemmatique azimutal Stéréographique d'Oughtred/ Astrolabe double cadran auto- orientable MCMLXXVIII. E Rouanet ).

### Son moteur est la lumière

2- LUMINE LOQUOR « C'est la lumière qui me fait parler ». (Mazamet : Emile Rouanet 1970 cadran analemmatique circulaire de Foster-Lambert).

3- LUX MEA LEX SINE SOLE SILEO « La lumière est mon guide, (*jeu de mots entre lux et lex*) Sans soleil je reste silencieux ». Devise de l'abbé Cugnace. Dans cette devise

le mot « guide » est préféré à celui de « loi » pour traduire « Lex ». C'est une traduction plus ecclésiastique. (Mazamet : Emile Rouanet cadran solaire analemmatique de table (laiton) 1969).

Le cadran solaire est infaillible

4- SOLEM QUIS DICERE FALSUM AUDEAT « Qui ose dire que le soleil se trompe » Origine : Virgile, Géorgiques, livre I, vers 461 – 464 : « Denique, quid Vesper serus vohat, unde serenas ventus agat nubes, quid cogited humidus Auster, sol tibi signa dabit. Solem quis dicere falsum audeat ? (...) » (Enfin quel temps amènera le tardif Vesper, d'où le vent pousse les nuages sereins, à quoi songe l'humide Auster ; voilà ce que le soleil t'indiquera. Qui oserait dire que le soleil se trompe ? (...)). (Mazamet. Emile Rouanet cadran bifilaire à heures homogènes MCMLXXVII (1977).

5- SOL TIBI SIGNA DABIT SOLEM QUIS DICERE FALSUM AUDEAT « Le soleil te donnera des indications. Qui ose dire que le soleil se trompe ». (Mazamet : Emile Rouanet MCMLXXXI (1981) Triens Apiani de Peter Apian).

Sans soleil : point d'heure

6- SOL ME PROBAT UNUS « Seul le soleil me fixe avec certitude ». Devise de l'abbé Cugnace. (Mazamet : Emile Rouanet. 1969. Cadran analemmatique à latitude réglable).

7- SOL ERAT IN VOTIS OS HOMINE SUBLIME DEDIT « Le soleil est désiré. (II) donne à l'homme une parole sublime » où « L'homme rêve du soleil. (II) donne à l'homme un langage sublime ». (Mazamet : Emile Rouanet. MCMLXXI (1971). Cadran de hauteur).

Il est science

1- HOC ITA NON EST FORTUITO CONVEXA COGNITIONEM UNIVERSA INCLUDO. Sur l'alidade: SIDERIBUS VIAM INVENI « Cette manière (de faire), n'est pas le fruit du hasard. Le cercle (l'astrolabe) positionne l'univers qu'il renferme (contient) Sue l'alidade : Procédé (voie) pour trouver les astres ». Devise de l'abbé Cugnace. (Astrolabe E Rouanet MCMLXXII).

2- CONVEXA ET CURSUS COMPLECTANDOS IN EO « Le cercle (l'astrolabe) suit le court des astres qu'il connaît ». Devise de l'abbé Cugnace. (Astrolabe de Roias Sutton . Emile Rouanet Mazamet).

**IX-Pensées humoristiques**

Jeux de l'esprit

1- SOL ERAT IN VOTIS « Le soleil était dans les (nos) vœux » on peut dire aussi « le soleil est désiré ». L'origine de cette devise nous vient d'Horace, Satires, Livre II, Satire IV, vers 1 à 3. « Hoc erat in votis : modus agri non ita magnus, hortus ubi et tecto vicinus jugis aquae fons et paulum silvae super his foret ». (Quels étaient mes vœux ? Un domaine assez grand pour me nourrir, un jardin, et, non loin de mon humble logis, une source intarissable d'eau, ajoutons un petit bouquet d'arbres, et je n'ai plus rien à demander). (Mazamet. Emille Rouanet. Scaphe 1967).

Il s'agit ici d'une devise placée par Rouanet sur un cadran de type « scaphé » dont Vitruve (1er siècle) attribue l'invention à Aristarque de Samos aux alentours de l'an 300 avant notre ère. Ces cadrans seront produits en quantité durant l'antiquité, puis tomberont totalement dans l'oubli.

Ce pastiche d'un vers d'Horace, est en quelques sorte, à la fois un petit clin d'œil à l'histoire et une raillerie à l'encontre de la personne venue s'installée dans la région de Carcassonne et pour qui il a fabriqué cet instrument.

2- ORA EQUUST (equust) « L'heure à cheval ». (Double cadran vertical méridional E Rouanet 1965. Devise pour un cadran en chevauchant un autre).

**X)- Pensées commerciales et professionnelles**

Devises mercantiles

Français:

1- Arrête toi passant Entre donc dans ce chai Si tu es fin Gourmet Tu seras satisfait Si fine est ton oreille Tu entendras céans L'âme du vin chanter Dans nos dives bouteilles. Devise de Camille Angles. (Cadran d'un viticulteur à Boissel (Gaillac). Deuxième moitié du XX siècle).

2- ARRETE TOI PASSAN, NE SOIT PAS SI PRESSE, C'EST L'HEURE SANS PAREILLE, POUR ENTENDRE CEANS, L'AME DU VIN CHANTER, DANS NOS DIVES BOUTEILLES. Devise de Camille Angle. Origine : Rabelais, le livre de Gargantua (à confirmer). (Cadran d'un viticulteur à Cahuzac sur Vère lieu dit "la Colombarié". 1975

#### Pensée Professionnelle

Latin:

1-ET VIGIL ET PRUDENS «Aussi vigilant que prudent». (Devise du cadran solaire de la pharmacie à Saint Benoit de Carmaux. 2007. Réalisation Benoit Didier).

#### Devise sur bâtiments officiels et institutions

Français:

1-RAPPELLE-TOI QUE LE BONHEUR TRAVERSE LE TEMPS D'ECOLE. (Devise pour le cadran solaire de l'école primaire Jean Jaures de Carmaux. Cadran daté de 2007, il a été réalisé par les élèves de la classe de CP de Mlle Garcia et de celle de CM2 de Mr Fort, directeur).

### XI)- Pensées historiques

#### Devises liées à l'Histoire

Français et Occitan:

1- Ami voyageur sois le bien venue au « País de las doas tèrras », terre noire des mineurs, Terre blanche, des chafourniers et des souffleurs de verre, Des paysans et des briquetiers. **Tèrras del monde de Ségalar**. (Carmaux, ensemble de trois cadrans solaires qui décorent les façades de l'hôtel Gambetta. La devise fait allusion au monde souterrain, et au monde du jour qui durant des décennies ont rythmé la vie des Carmausines et des Carmausins. Le premier cadran, porte l'introduction de bienvenue commerciale au « pays des deux terres » et nous parle du travail des mineurs de fond, avec pour décors, la mine de la Grillatiè en 1905, le second cadran en verre fusionné nous rappelle le travail des verriers, avec en fond la verrerie sainte Clotilde et le troisième avec sa scène de battage, celui des paysans. **Terre des gens du Ségala Tarnais**. Devise de Benoit Didier, pour l'hôtel Gambetta de Carmaux. Millésime 2005).

Occitan et latin:

2- Bosiga s'acabèt "Los corvins" fòra-nisèran Arribatz aici, los amics «Les essarts sont terminés Les jeunes corbeaux ont quitté le nid Abordez ici les amis». (Au lieu dit « les Escourbins » à Rosières, sur un corps de ferme. La devise rappelle l'origine gallo-romaine du nom du lieu, « los corvins » qui par déformation a donné en langage populaire «les escourbins », les jeunes corbeaux », et sa raison, qui est une allusion faite à un sol non défriché, pauvre. En langage populaire ont attribué autrefois de toute sorte de nom, y compris d'oiseau, des terres au sol pauvres, rocailleux, non défrichés, les escourbins, la grèze, le roucassou etc. Aujourd'hui, le propriétaire du lieu nous dit : les terres sont défrichées, les corbeaux ne sont plus là, venez les amies. Devise de Benoit Didier pour le cadran solaire de la ferme des Escourbins à Rosières. Millésime 2006).

3- Èra barta. Batejada l'ai del nom meu. Espèra, passejaire, polsa, aquí, urós. Traduction littérale « Elle était terre à genêts. Baptisée je l'ai de mon nom. Attends, promeneur, respire là heureux ». Traduction symbolique, libre « Terre de genêts et de bruyères, j'ai donné mon nom à ce lieu. Prend le temps, promeneur, d'y être heureux » (Le cadran est situé à l'entrée du lieu dit des Ginestes. « Las Ginestas en occitan ». La devise est un rappel de l'origine du nom de ce lieu. Devise de Benoit Didier pour le cadran nord/ouest de la ferme Bories à Sainte Gemme lieu dit « les Ginestes ». Millésime 2007).

4- Anaximandre écrit en grec (philosophe Grec v610- v547) (Senouillac lieu dit la Deviziès).

5- : RAJA L'AIGA ... PASSA LO TEMPS ! «Coule l'eau... Passe le temps ! »

(Cette devise marque aussi la fuite du temps IV. Devise pour le cadran solaire de la dernière maison du vieux quartier du **Rajol** à Carmaux. Ce quartier fait de vieilles bâtisses insalubres a été rasé au début des années 1970 pour faire place à des HLM. Seul six maisons ont été épargnées à cette époque. Aujourd'hui, on vient de démolir quatre de ces dernières pour faire place à l'agrandissement d'un magasin. De ce passé urbain, il nous reste un bout de façade pris entre deux barres d'HLM, et cette dernière maison qui vient d'être restaurée. Le cadran solaire qui marque la fuite du temps, rappelle par son dessin et sa devise l'histoire et l'origine de ce lieu. Lo

Raj□l, écrit ici en occitan désigne une source puissante. Cet un endroit où l'eau coule en abondance. Cette devise invite à méditer sur l'évolution, car toute chose change, tout coule comme la source et s'écoule comme le temps. Ainsi, il n'y a rien dans la vie ni dans nos existences qui ne soient immuable ou définitif; tout va en perpétuel mouvement).

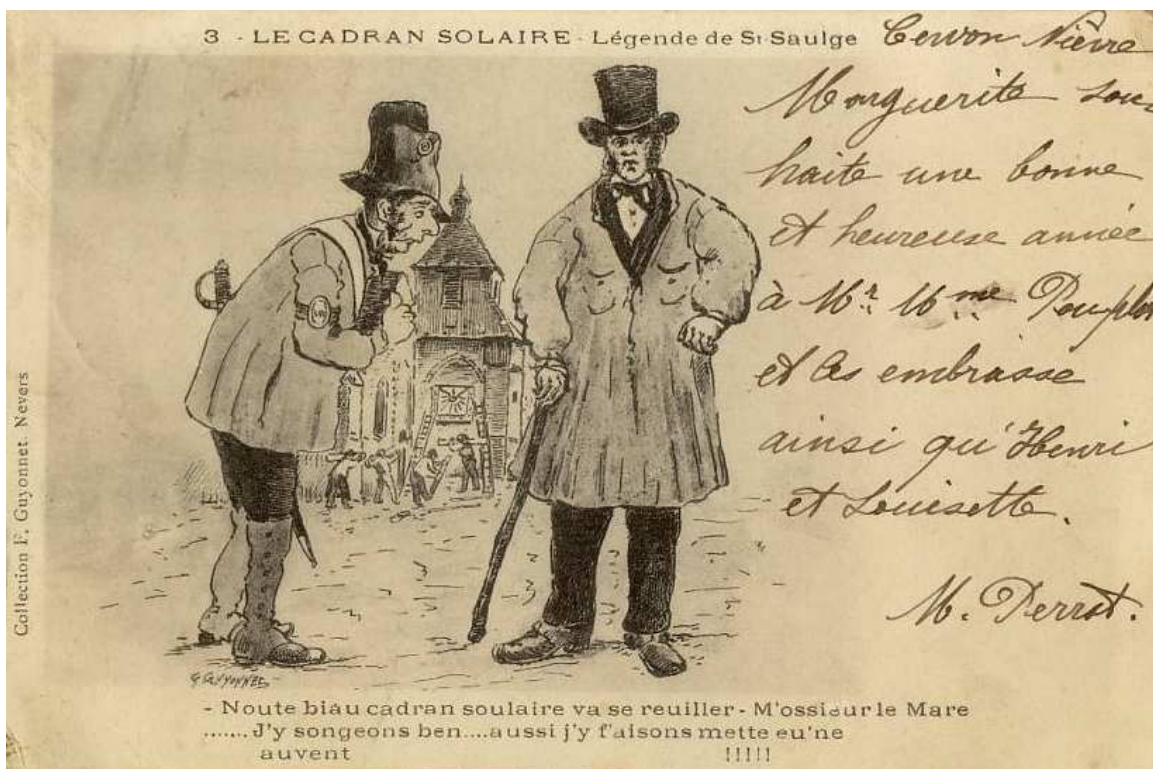
## XII) les devises effacées

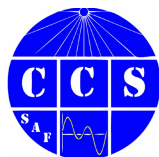
Latine

1- ..UGO DUM DICAT SOL SCIOQUE DELUDERE ..... prétendre que le soleil sait (se) tromper. Devise de l'abbé Cugnace. (Cadran équatorial hémisphérique E Rouanet).

\*\*\*\*\*

## *Cartes postales en vente sur internet*





## L'analemme de Ptolémée

Traduction de Cl. Ségard révisée par D. Collin

*Méthodes mathématiques modernes des temps anciens mises à notre disposition par Dominique Collin à partir de P. Luckey (astronomischten Nachrichten Vol. 230, n° 5498, p. 17-46); traduction révisée et composée en Latex2ε.*

Le petit traité “À propos de l'analemme” (Περὶ Ἀναλήμματος) de *Claude Ptolémée* est attrayant parce qu'il nous montre quelques méthodes modernes mathématiques à un stade ancien. Ainsi, nous rencontrons un système de coordonnées spatiales rectangulaires. Même si ce système est ici présenté par la nature elle-même d'une certaine manière – ses axes sont la ligne nord-sud et la ligne est-ouest de l'horizon et les verticales, ses domaines de référence donc l'horizon, le méridien et le premier vertical – l'auteur en est parfaitement sûr et il exprime aussi qu'il s'agit ici d'une méthode générale, que l'on peut mettre dans chaque corps un tel système et que la trilogie (3 nombres) des coordonnées est nécessaire étant donné que l'on peut tracer seulement 3 droites qui passent par un point donné, droites où chacune est perpendiculaire aux autres. Après, comme nous le verrons de façon plus précise, seront introduits de façon parfaitement logique trois systèmes de coordonnées sphériques.

Ces objets peuvent, pour parler de façon moderne, encore compter parmi les mathématiques pures. Concernant les méthodes mathématiques appliquées et pratiques chez les Grecs, nous n'avons que des témoignages sommaires. Euclide par exemple, en écartant de façon élégante et platonique le sensuel, ne parle pas des noms des instruments cercle et règle avec lesquels toutes ses constructions sont à appliquer. Alors, il nous semble particulièrement digne d'intérêt que l'écrit de *Ptolémée* lance un éclair de lumière sur ce domaine assez sombre des méthodes pratiques appliquées, éclairant ces méthodes d'une certaine manière dans leur état initial. La géométrie représentative, le calcul trigonométrique avec les fonctions cordes, le calcul graphique et nomographique, la mise au point d'une table numérique surgissent devant nous les uns à côté des autres, certes pas comme des disciplines bien séparées à un stade de développement adolescent proche de l'état naissant et dans la mesure où les méthodes graphiques sont prises en considération, en partie encore avec des contours débordant, mais pourtant de telle façon que l'on puisse déjà différencier ces méthodes les unes des autres.

On sait que c'est souvent une entreprise osée atta-

quable de regarder le passé avec les yeux du passé et quelqu'un peut facilement être en danger de voir dans l'ancien quelque chose de moderne qui n'existe pas. D'un autre côté, il n'est pas possible d'imaginer une autre méthode de recherche que de regarder le passé d'un point de vue du présent, c'est-à-dire de mesurer celle d'un temps passé à nos catégories, définitions de concept et méthodes modernes. Vouloir prétendre que les mathématiques grecques seraient totalement éloignées de la nature même des mathématiques modernes, serait absurde. On devrait plutôt dire alors qu'elles nous sont quelques peu incompréhensibles et par conséquent que ce ne sont pas des mathématiques. Et c'est justement dans le domaine des mathématiques que l'on trouve suffisamment de preuves comme quoi le développement scientifique s'est poursuivi de façon continue de l'antiquité jusqu'aux temps présents et que dans les mathématiques grecques il y avait seulement des germes, mais aussi déjà des développements de ce qui a grandi aujourd'hui de façon plus grandiose et plus puissante. On n'a pas besoin de le prouver plus avant après avoir apprécié à sa juste valeur en particulier la façon minutieuse avec laquelle les grecs ont imparti aux données de base de l'irrationnel et de l'infinimental.

Que l'on trouve aussi les racines des méthodes modernes des mathématiques appliquées chez les Grecs, cela j'espère pouvoir l'expliquer en essayant dans l'analyse suivante de l'écriture de *Ptolémée* d'appréhender dans leur essence et de différencier les unes par rapport aux autres les méthodes pratiques utilisées par l'auteur.

Du texte grec de l'Analemme, on ne trouve que des fragments dans un palimpseste (Ambros Gr. L 99. sup., maintenant 491). Depuis que *J.L. Heiberg*<sup>1</sup>, dans la mesure où elle étaient lisibles, les a édités dans son édition *Ptolémée* en même temps que la traduction latine appartenant au 13e siècle de *Wilhelm von Moerbeke*<sup>2</sup> (cod. Vaticanus Ottobon. lat. 1850), nous possédons non seulement une édition accessible à tous, mais nous pouvons

\*URL: <http://cadsol.ifsrance.com/index.php>; Electronic address: [collin.dominique@tele2.fr](mailto:collin.dominique@tele2.fr)

<sup>1</sup> *Ptolémée II. Opera astronomica minora* ed. *J. L. Heiberg*, Leipzig 1907, S. 187–223.

<sup>2</sup> *Wilhem von Moerbeke hat aus dem Griechischen übersetzt, nicht aus dem Arabischen*, voir *Th. L. Heath*, *A History of greek Mathematics*, Oxford 1921, vol. II, p. 287 et *G. Loria*, *Le scienze esatte nell'antica Grecia*, Milan 1914, p. 548. versehentlich angeben.

aussi ne serait-ce que pour certains passages corriger la traduction latine parsemée de fautes et de manques par le texte original<sup>1</sup>.

*Commandinus*<sup>2</sup> a offert au monde moderne – en 1562 – en se basant sur la traduction de *Wilhelm von Moerbeke* une édition textuelle latine et en même temps un commentaire pertinent de l'Analemme. *Clavius* traite et utilise largement l'Analemme dans sa *Gnomonique*<sup>3</sup> et dans son *Astrolabe*<sup>4</sup>. *Delambre*<sup>5</sup>, dans sa grande histoire de l'Astronomie ancienne, a parlé en détail du contenu de l'essai. *Von Braunmühl*<sup>6</sup> a voué à l'essai une observation et finalement, il faut souligner l'étude de *Zeuthen*<sup>7</sup> et l'indication de son contenu, brève mais profonde de *Drecker*<sup>8</sup>. Malgré ces travaux, l'analyse complète indiquée des méthodes des mathématiques appliquées et leurs rapports réciproques dans le traité de *Ptolémée* ne me semble pas encore avoir été faite jusqu'à présent. Chacun des auteurs précités n'a été fidèle à ces méthodes qu'en partie seulement. Ainsi, *Delambre* et *v. Braunmühl* ont négligé la méthode numérique-trigonométrique. *Zeuthen* a de façon appliquée traité celle-ci seulement et dans la mention très brève de *Drecker* dans son livre, cette méthode de *Ptolémée* n'est pas mise en valeur, méthode que je caractérise comme nomographique, ce que personne n'a fait jusqu'à présent. C'est justement au fait de souligner cette méthode "nomographique" de *Ptolémée* par opposition à la méthode purement graphique que je croyais devoir accorder une attention particulière. Car il s'agit ici de points de vue qui ne sont apparus dans la conscience et l'intérêt scientifique qu'avec le développement tout récent des méthodes de calcul graphique, en particulier en séparant la nomographie comme branche indépendante des mathématiques appliquées.

I. L'INTRODUCTION DES 7 ANGLES. (189, 17–194, 28; 221, 22–222, 14)

<sup>1</sup> Herrn Studienreferendar Zuntz bin ich für freundliche Hilfe und Beratung in sprachlicher Hinsicht dankbar  
<sup>2</sup> *Claudii Ptolemaei liber de Analemmate a Frederico Commandino Urbinate Instauratus et commentariis illustratus, Qui nunc primum eius opera e tenebris in lucem prodit.* Romae 1562.  
<sup>3</sup> *Gnomonices libri octo. Auctore Christophoro Clavio Bambergensi Societatis Jesu.* Romae 1581.  
<sup>4</sup> *Christophori Clavii Bambergensis e Societate Jesu Astrolabium.* Romae 1593.  
<sup>5</sup> *Delambre, Histoire de l'Astronomie ancienne.* Paris 1817. II, L. IV, chap. 16.  
<sup>6</sup> *A. v. Braunmühl, Beiträge zur Geschichte der Trigonometrie.* Abh. der Kais. Leop. Carol. Deutschen Akad. der Naturforscher, 71, Nr. 1, Halle 1897. Voir aussi *A. v. Braunmühl, Vorlesungen über Geschichte der Trigonometrie I,* Leipzig 1900, S. 11–14.  
<sup>7</sup> *H. G. Zeuthen, Note sur la trigonométrie de l'antiquité.* Bibliotheca mathematica. 3. Folge I (1900), S. 20.  
<sup>8</sup> *J. Drecker, Theorie der Sonnenuhren.* Berlin et Leipzig 1925.

<sup>9</sup>Des mots d'introduction du traité dédié à *Cyrus*, nous comprenons que des écrivains déjà plus âgés se sont occupés du problème de l'Analemme, en particulier de la représentation de certains angles qui sont utilisés pour la construction des cadrans solaires. Nous connaissons cela sous le nom de science de la construction grâce au 9e livre de *Vitruve*. Pourtant, comme le remarque avec justice *Commandinus*, *Vitruve* a malheureusement laissé ces vieux écrits plus dans l'oubli qu'il ne les a étudiés et il ne nous a laissé qu'une représentation incomplète de la méthode assez ancienne de l'Analemme. Sauf le respect de ces écrits assez anciens, *Ptolémée* a quand même quelque chose à redire par rapport à eux. Étant donné que plus tard dans son traité il met nettement en lumière ses améliorations, nous ne voulons pas nous attarder plus longtemps sur les mots d'introduction textuellement clair partout, nous voulons nous tourner tout de suite vers le contenu, en fait d'abord vers la description des systèmes de coordonnées sphériques utilisés par *Ptolémée*.

On se sert comme système de référence sur la sphère céleste des 3 grands cercles fixes dont les plans sont perpendiculaires les uns par rapport aux autres par groupe de deux (Fig. 1) :

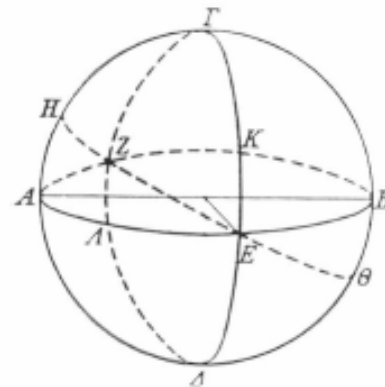


FIG. 1

1. le méridien (μεσημβρινός, meridianus) ATBA,
2. l'horizon (ὄριζων, orizon) AEB,
3. le premier vertical (ὁ κατὰ κορυφὴν κύκλος, circulus qui secundum verticem)<sup>10</sup> ΓΕΔ.

<sup>9</sup> Die beigefügten Zahlen geben Seite und Zeile des lateinischen Textes der Heibergschen Ausgabe an. Bei Zitierung des griechischen Textes dieser Ausgabe fügen wir Zellennummer die Bezeichnung griech. bei.  
<sup>10</sup> Zeuthen indique que les anciens auraient nommé le premier vertical "secundæ verticale". Aurait-il mal compris le "secundum verticem" ?

On observe depuis l'est le plan du méridien. Des deux cercles dernièrement nommés ne sont représentés que les deux demi-cercles orientaux.

Ces trois cercles se coupent en 3 diamètres fixes perpendiculaires les uns aux autres.

1. L'horizon et le méridien ont en commun la ligne de midi  $AB$  (ἡ κοινὴ τομὴ τοῦ μεσημβρινοῦ καὶ τοῦ ὀριζοντος communis sectio meridiani et orientis, meridianana).
2. Le méridien et le premier vertical ont en commun la ligne d'extrémité  $\Gamma\Delta$  (γνώμων : gnomon).
3. Le premier vertical et l'horizon ont en commun la ligne est-ouest (nommée equinoctialis, parce que le plan de l'équateur passe par cet axe).

Ici, nous avons le système de coordonnées spatiales déjà mentionné. La façon avec laquelle *Ptolémée* croit pouvoir déduire du fait qu'il y aurait trois nombres pour les dimensions ressemble à celle de son traité dont nous parle *Simplicius*.

Par le point solaire variable  $Z$  et les trois axes justement nommés sont tracés trois arcs de cercles mobiles avec le soleil.

1. L'Hectémorie  $HZET$  (ὁ ἐκτήμερος κύκλος, circulus ektemorus). Il tourne autour de la ligne est-ouest comme axe, et est conçu comme l'horizon qui tourne en s'écartant de sa position.
2. Le cercle Horaire  $AZKB$  (ὁ ὀριθεὶς κύκλος, circulus horarius). Il tourne autour de la ligne nord-sud comme axe et est considéré comme le méridien qui tourne en s'écartant de sa position.
3. Le cercle Descendant  $\Gamma Z\Delta$  (ὁ καταβατικὸς κύκλος, circulus descendivus). Il tourne autour de la ligne de crête et est conçu comme le premier vertical qui tourne en s'écartant de sa position.

De ces trois cercles ne sont représentés que les demi-cercles orientaux.

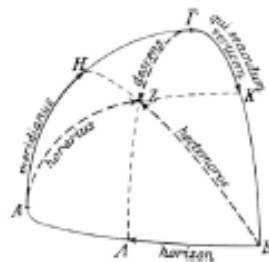


FIG. 2

Premier système de coordonnées classé dans Hectemoros (Fig. 3a) :

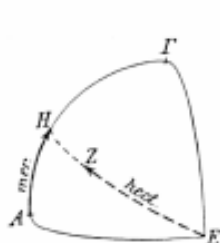


FIG. 3

Le point solaire  $Z$  est, dans l'octant situé au sud-est au-dessus de l'horizon (Fig. 2), dorénavant fixé par chacune des 3 paires d'arcs de cercle suivants dont chaque paire a un arc sur un cercle mobile et un autre arc sur un cercle fixe et qui représente un système de coordonnées.

L'arc de l'Hectemoros  $EZ$  et l'arc de méridien  $AH$ . L'arc de l'Hectemoros est l'arc mesuré du point  $E$  jusqu'au point solaire  $Z$  sur le cercle de l'Hectemoros; l'arc de méridien mesure l'inclinaison du cercle de l'Hectemoros sur le plan horizontal.

Deuxième système de coordonnées classé dans l'Horarius (cercle horaire) (Fig. 3b) :

L'arc Horaire  $AZ$  est l'arc de cercle vertical  $\Gamma K$ .

L'arc horaire est l'arc mesuré du point Sud  $A$  jusqu'au point solaire  $Z$  sur le cercle horaire; l'arc de cercle vertical mesure l'inclinaison du cercle Horaire sur le plan du méridien.

Troisième système de coordonnées classé dans le Descensivus (cercle descendant) (Fig. 3c) :

L'arc Descensivus  $\Gamma Z$  est l'arc de l'horizon  $EA$ . L'arc Descensivus est l'arc mesuré du zénith  $\Gamma$  sur le cercle Descensivus jusqu'au point solaire  $Z$ . L'arc de l'horizon mesure l'inclinaison du cercle Descensivus sur le plan du premier vertical.

Ce troisième système est celui que nous désignons aujourd'hui comme système de l'horizon. Cependant, *Ptolémée* mesure les azimuts à partir des points Est et Ouest et utilise les distances zénithales au lieu des hauteurs.

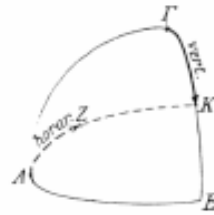


FIG. 4

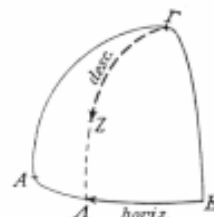


FIG. 5

De ce fait, nous pourrions nommer le premier système celui du méridien et le deuxième par n'importe laquelle des trois paires d'arcs, est exprimé dans la phrase "rursum ... radii" (191, 7-15). À la fin du traité, *Ptolémée* indique en plus de ces trois combinaisons, encore trois autres : la position du soleil serait également déterminée lorsque n'importe laquelle des trois combinaisons serait donnée par deux arcs des cercles mobiles (222, 31-223, 6), donc l'arc d'Hectémoros avec l'arc Horarius, ou bien l'arc d'Hectémoros avec l'arc Descensivus ou bien troisièmement l'arc Horarius avec l'arc Descensivus. D'ailleurs, la position du point solaire est déterminée par n'importe laquelle des 15 combinaisons de deux des six arcs.

Si le soleil se trouve dans un autre octant, alors on mesure les arcs à partir des coins de cet octant. Par exemple, l'arc Horarius et l'arc du méridien sont mesurés à partir du point nord dans l'octant nord-est. Aucun des six arcs ne peut donc être supérieur à un quart de cercle.

Les précurseurs de *Ptolémée* (οἱ παλαιοί) utilisaient comme il l'indique lui-même les six arcs suivants (Fig. 4) :

1. au lieu de l'arc Hectemoros  $EZ$ , l'arc de l'Equateur  $EM$ . Il est mesuré sur l'Equateur à partir du point est ou du point ouest jusqu'à l'intersection avec le cercle Horarius.
2. l'arc Horarius  $AZ$ , comme *Ptolémée*.
3. au lieu de l'arc Descensivus  $\Gamma Z$  son complément  $AK$  comme arc Descensivus.

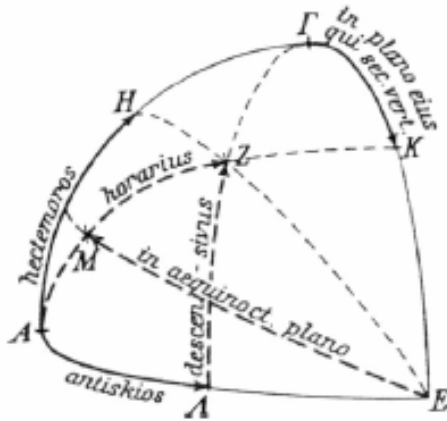


FIG. 6

4. l'arc AH, qu'ils appelaient cependant l'arc Hectemoros alors qu'il s'appelle arc du méridien chez *Ptolémée*.
5. l'arc de cercle vertical ΓK, comme *Ptolémée*.
6. l'arc d'Antiskios AA (αντίσκιος, contraumbrales) au lieu de l'arc de l'horizon dont il est le complément.

La comparaison de la figure 4 avec la figure 2 montre au premier coup d'œil que *Ptolémée* a remplacé le système d'arc utilisé par ses prédécesseurs par un autre plus raisonnable. Il admire certes, c'est ce qu'il dit dans les mots d'introduction de son traité, le procédé constructif de ces hommes et il le suit amplement. Mais une théorie qui se réfère à la nature a besoin d'être étoffée d'une démonstration sûrement plus mathématique.

D'abord on remarque la terminologie plus stricte de *Ptolémée*. Il désigne chaque arc d'après le cercle sur lequel il est situé.

L'élément gênant dans la façon d'agir des prédécesseurs, l'élément qui ne s'intègre pas du tout dans le système, est l'arc de l'Équateur. Assurément, celui-ci peut (la hauteur du pôle étant connue) servir aussi à déterminer la position du cercle Horarius. Mais cela est mieux fait par l'arc de cercle vertical qui est vertical à l'axe de rotation de l'Horarius, plus précisément (vertical) à la ligne nord-sud, et qui est l'un des trois cercles fixes durablement verticaux les uns par rapport aux autres. L'arc Hectemoros (d'après la dénomination chez *Ptolémée*) que justement *Ptolémée* a mis à la place de l'arc de l'Équateur, non seulement avec l'arc Horarius, mais aussi avec l'arc du méridien peut également indiquer le point solaire Z, l'arc de l'Équateur seulement avec l'arc Horarius, mais pas avec l'arc du méridien ou l'un des deux autres arcs<sup>1</sup>. L'Équateur n'est justement pas approprié ici comme élément de coordonnée parce qu'il ne

contient par le rayon du soleil à la façon des cercles mobiles (à travers lesquels le soleil passe), sauf aux périodes des équinoxes et qu'il n'a pas pour autant toujours la même position à la manière des trois cercles fixes (sa position change pour différentes hauteurs du pôle). (221, 34 - 222, 14.)

Il est remarquable que *Ptolémée* fonde la maigre validité de l'arc de l'Équateur seulement de ce point de vue d'un système de coordonnées bien ordonné et ne donne absolument pas la moindre indication d'un but pratique qui aurait cependant parlé en faveur du choix des arcs qu'il a fait. Il aurait pourtant pu remarquer qu'on aurait pu utiliser l'arc horizontal et l'arc Descensivus pour la construction du cadran horizontal, l'arc de cercle vertical et l'arc Horarius pour le cadran vertical, et l'arc de méridien avec l'arc Hectemoros pour le cadran est et ouest, tout simplement, tandis que l'arc de l'Équateur doit se montrer ici aussi moins utile.

D'ailleurs, *Ptolémée* traite encore de la recherche de l'arc de l'Équateur dans les méthodes suivantes pour trouver ses six arcs, dans une certaine mesure dans la foulée. Même de nos jours, un manuel "tringueballe" souvent, probablement en respectant la loi de la paresse en vigueur chez de nombreux lecteurs, un enseignement assez vieux et dépassé. Dans le tableau à la fin du traité, il n'a cependant plus mentionné l'arc de l'Équateur. Même le "si voluerimus" (217, 14) indique qu'il n'accorde pas beaucoup d'importance à déterminer l'arc de l'Équateur.

Pour établir les 20 équations trigonométriques qui existent entre chaque groupe de 3 des 6 angles introduits par *Ptolémée*, nous introduisons les dénominations suivantes :

Arc Hectemoros = $\xi$	Arc méridien = $x$
Arc Horarius = $\eta$	Arc de cercle vertical = $y$
Arc Descensivus = $\zeta$	Arc horizontal = $z$

Alors, sont valables les équations :

$$\cos \xi = \sin \eta \sin y \quad (1)$$

$$\cos \xi = \sin \zeta \cos z \quad (2)$$

$$\cos x = \cot \xi \tan z \quad (3)$$

$$\sin x = \cot \xi \cot y \quad (4)$$

$$\cos \xi = \cos \zeta \tan y \quad (5)$$

$$\tan^2 \xi = \cot^2 y + \tan^2 z \quad (6)$$

$$\tan x \tan y \tan z = 1 \quad (7)$$

$$\cos^2 \xi + \cos^2 \eta + \cos^2 \zeta = 1 \quad (8)$$

ainsi que les autres équations qui apparaissent par permutation circulaire des angles. Les quatre premières formules peuvent être déduites à partir des triangles partiels à angle droits de la figure 2. À partir de (1)-(4) et

<sup>1</sup> En vérité, l'arc de l'Équateur détermine le point solaire Z avec une hauteur donnée du pôle, avec chacun des autres arcs, excepté l'arc de cercle vertical. Si par exemple à la figure 4, EM et AH sont donnés, d'après la grandeur et la situation, il en résulte

cependant Z comme point d'intersection des grands cercles AM (Horarius) et EH (Hectemoros). De toute façon, il faut adapter deux des cercles mobiles; par contre, on s'en sort avec un cercle comme ça dans le cas soulevé par *Ptolémée*





dans le plan du méridien. En même temps (dans ce cas),  $U$  tombe sur  $O$  ( $OE$  perpendiculaire à  $EΞ$ ) et  $S$  sur  $Π$ , et l'arc  $OM$  est l'arc de l'Hectemoros recherché. Étant donné que les triangles  $ENS$  et  $ENM$  sont congruents et rectangles en  $N$ , on peut obtenir  $M$  soit en traçant la verticale en  $N$  sur  $NE$ , soit en décrivant, autour de  $N$  avec  $NS = NM$  comme rayon, le cercle jusqu'à son intersection avec le méridien. Dans la géométrie représentative d'aujourd'hui, on ferait une construction pour en contrôler une autre. *Ptolémée* utilise seulement l'arc de cercle. Il a donc trouvé l'arc de l'Hectemoros par les trois lignes suivantes :

- a. la ligne de jonction  $ENΞ$
- b. la perpendiculaire  $EO$  sur  $ENΞ$
- c. l'arc de cercle autour de  $N$  avec  $NM$  comme rayon

La représentation du rabattement du cercle Hectemoros dans le plan du méridien que nous avons utilisé pour notre démonstration n'est pas exprimée par *Ptolémée*; il prouve (dans le traitement par anticipation de la représentation de l'Hectemoros) simplement la coïncidence des triangles  $ENS$  et  $ENΠ$ . Que la représentation d'un tel rabat ne lui était cependant pas étrangère, il l'a montré en en faisant usage pour le demi-cercle parallèle.

2. Arc Horarius. *Ptolémée* décrit autour de  $Θ$  avec  $ΘM$  comme rayon l'arc de cercle jusqu'à l'intersection  $P$  avec le cercle du méridien. Alors,  $BP$  est l'arc Horaire recherché. Comme il est dit plus tôt, on n'a pas de preuve ici et pour les angles suivants étant donné que ces constructions se trouvent déjà dans les œuvres de ces prédécesseurs.

La preuve est apportée de la façon suivante : nous rabattons le demi-cercle horaire  $ASB$  autour de  $AB$  comme axe à l'intérieur du plan du méridien.  $S$  se déplace dans ce cas sur l'axe  $SP$  d'un cercle perpendiculaire au plan d'esquisse avec  $T$  comme centre et  $TP$  comme rayon.  $PNT$ , la trace et la projection de ce cercle, est perpendiculaire sur  $AB$ . Vu que le triangle  $STΘ$  rectangle en  $T$  lors de ce rabattement passe sur le triangle  $PTΘ$  qui lui est congruent (coïncide avec lui), alors  $ΘP = ΘS = ΘM$ . On aurait pu obtenir  $P$  également à l'aide des droites par  $N$  perpendiculaire à  $AB$ .

3. L'arc Descensivus. *Ptolémée* décrit, autour de  $H$  comme centre avec  $HM$  comme rayon, l'arc  $MΣ$ . Alors,  $ΓΣ$  est l'arc Descensivus. L'auteur aurait pu tracer la verticale  $YΝΣ$  également de  $N$  à  $ΓΔ$ ; il préfère cependant, comme lors des deux problèmes précédents, la construction avec les cercles.

Nous pouvons en apporter la preuve en tournant à l'intérieur du plan du méridien le cercle Descensivus autour de  $ΓΔ$ . Tout correspond exactement à la preuve pour l'arc Horarius.

4. L'arc Méridien. Vu que  $EB$  est la projection de l'horizon et  $EΞ$  celle de l'Hectemoros, alors l'arc du méridien apparaît directement dans sa vraie dimension  $BΞ$ .

5. L'arc de cercle vertical. On transporte  $MN$  sur  $YΝΣ$  jusqu'à  $Φ$  et on trace  $EΦΨ$ . Alors,  $ΓΨ$  est l'arc de cercle vertical.

Preuve : nous nous représentons le cercle  $ABΓΔ$  comme le premier vertical (esquisse de côté). Alors  $Φ$  est la projection du soleil et  $EΦΨ$  est la trace et la pro-

jection du cercle Horarius, et  $ΓΨ$  est donc l'arc de cercle vertical apparaissant dans sa vraie dimension.

6. L'arc Horizontal. On descend  $MN$  à partir de  $T$  jusqu'à  $X$  sur  $TNP$  et on trace  $EXΩ$ . Alors,  $ΓΩ$  est l'arc horizontal.

Preuve : nous nous représentons maintenant  $ABΓΔ$  comme étant le cercle horizontal (plan, mais vu d'en bas). Alors,  $X$  est la projection du soleil et  $EXΩ$  la trace et la projection du cercle Descensivus, alors  $ΓΩ$  est l'arc horizontal.

7. L'arc de l'Équateur. L'angle  $ΘMN$  est identique à l'angle central de l'arc de l'Équateur.

Preuve : vu que le cercle parallèle et l'Équateur se trouvent dans les plans parallèles, alors les plans de l'horizon et de l'Horarius découpent sur le plan du cercle parallèle le même angle que sur celui de l'Équateur, en fait l'angle central de l'arc de l'Équateur recherché. Celui-ci est donc identique à  $LΘS$  qui est égal à  $ΛΘM$ .

Dans le cas particulier traité précédemment où l'on a déjà remarqué que la déclinaison du soleil est nulle, l'arc de l'Hectemoros (1) coïncide avec l'arc de l'Équateur (7) et correspond au nombre d'heures d'équinoxe écoulés depuis le lever du soleil. Les constructions des cercles utilisés pour les points  $P$  et  $Σ$  de la figure 5 deviennent maintenant incertaines et c'est la raison pour laquelle *Ptolémée* utilise dans ce cas les perpendiculaires de  $N$  sur  $AB$  et  $ΓΔ$ .

Comme cela a été dit au début de ce paragraphe *Ptolémée* considère dans son procédé de représentation qu'en plus de la hauteur du pôle et de l'angle horaire, la déclinaison du soleil est directement donnée. Au lieu de celle-ci, il faut en fait considérer comme donné directement la longitude du soleil, c'est-à-dire l'arc qu'il décrit du point du printemps sur l'écliptique. Ce que nous regrettons donc chez *Ptolémée* c'est le fait de rechercher sa déclinaison par une construction sans la longitude du soleil (et sans l'obliquité de l'écliptique). Vitruve nous a transmis un tel procédé où un cercle de secours, le "menaeus" était utilisé le tout tiré des traités *Analemmes* les plus anciens. *Ptolémée* peut se passer d'une telle construction vu que seule les déclinaisons doivent être utilisées pour les jours où le soleil entre dans un nouveau signe du zodiaque. Dans la formation nomographique de son procédé, *Ptolémée* indique ces déclinaisons de façon chiffrée (numérique ?) comme nous le verrons plus tard.

### III. PASSAGE À LA RECHERCHE DES 7 ANGLES PAR LE CALCUL GRAPHIQUE (201,19 – 202,15)

Jusqu'à présent, les éléments tels que la hauteur du pôle, la déclinaison du soleil et l'angle horaire étaient donnés simplement graphiquement sous la forme d'arcs des cercles considérés et même les éléments recherchés étaient considérés comme déterminés lorsqu'on les avait trouvés graphiquement, en particulier les 6 premiers angles comme des arcs du cercle méridien appartenant au plan d'esquisse (ou comme leur angle central) et l'arc de l'Équateur comme angle  $ΘMN$  de la figure 5. Le  $λμλς$   $δργωνική$  était donc une recherche géométrique représentative. En 201,19, le traitement se trouve doréna-

vant plus vers le côté pratique du problème. La hauteur du pôle, la déclinaison et l'angle horaire sont cependant d'abord donnés numériquement : la hauteur du pôle en degrés, la déclinaison de façon indirecte par la longitude du soleil (points de départ des signes du zodiaque) et l'angle horaire par l'indication de l'heure temporaire (=civile), donc le nombre des 6e (de l'arc semi-diurne) écoulées depuis le lever du soleil. Même les 7 angles recherchés doivent être trouvés de façon numérique, en degrés. Le procédé graphique développé doit donc être constitué de façon à ce que l'on entre dans le dessin confortablement avec les valeurs numériques données et de façon à ce que l'on puisse après indiquer sans problème les valeurs chiffrées pour des angles trouvés une fois la construction terminée. Pour nous, il s'agit aujourd'hui d'avoir l'idée d'utiliser un rapporteur pour inscrire et aussi lire les angles recherchés. *Ptolémée* s'y prend d'une façon un peu différente.

Pour incorporer les valeurs correspondantes à chacun des climats différents, dessins et degrés, il suffit de prendre les mesures des arcs correspondants aux différents angles (mensurationnes facere 201,24, prendre les mesures ? tracer les traits partiels ?) pour les avoir sous la main de façon numérique et s'épargner des constructions spécifiques. De même, pour trouver les valeurs numériques des angles recherchés, nous ne sommes absolument pas obligés de rechercher à chaque fois et au bon endroit les angles des droites dispersées pratiquement un peu partout. Le procédé suivant conduit bien mieux au but : nous dessinons (n'importe où sur notre tableau à dessiner) un quart de cercle divisé en ses 90° (également numéroté avec ses chiffres) (*AB* à la figure 6<sup>1</sup>). Si nous

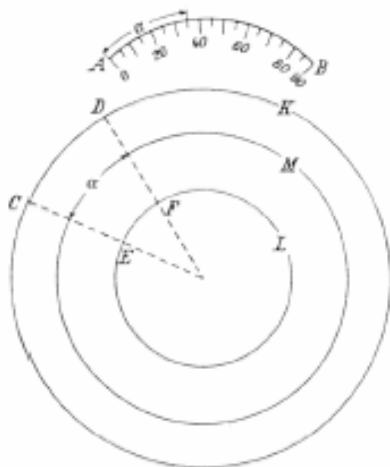


FIG. 8

dessinons maintenant dans un cercle (*K* ou *L*) donné pour la construction un angle au centre avec un nombre donné de degrés, alors, dans ou autour du cercle donné,

<sup>1</sup> In Fig.6 haben wir nur die Teilstriche von 5 zu 5 Grad eingetragen.

nous dessinons un cercle concentrique (1/4 de cercle) (*M*) du rayon du cercle *AB* (1/4 de cercle). Ensuite nous repérons le nombre ( $\alpha$ ) de degrés du cadran séparé et nous le reportons sur le cercle de même dimension (1/4 de cercle) *M*. Quand nous traçons ensuite les rayons qui passent par les points terminaux de l'arc reporté, nous obtenons sur le cercle considéré plus grand ou plus petit des arcs et des angles centraux du même nombre de degrés (*CD*, *EF*).

On aurait pu également attendre la description du procédé inverse. Car on devrait aussi rechercher le nombre de degrés d'un arc *CD* (ou *EF*) trouvé apr construction. On devrait relier *C* et *D* (ou bien *E* et *F*) avec le centre et ensuite saisir l'arc  $\alpha$  sur *M* et le reporter sur *AB* pour lire sa valeur numérique.

Le quadrant (1/4 de cercle) *AB* a donc le même but que notre "transporteur". On peut y mesurer des angles donnés ou trouvés. Seulement, vu que *AB* est fixe, il faut dessiner de secours concentrique *M* et reporter l'arc avec le compas.

Lors d'une prochaine description de la fabrication et de la manipulation du tableau graphique, on pourra voir clairement la méthode esquissée ici de façon générale, méthode de l'entrée et de la sortie numérique du procédé graphique dans son application spécifique sur l'Analemme.

*Commandinus* n'a pas vraiment bien compris ce passage à cause de la traduction pleine de fautes de *Moerbeke*. Il admet la division sur le cercle concentrique et ne mesure pas les arcs sur celui-ci à partir de n'importe quel point de départ. Pour la plupart des arcs recherchés, la mesure se fait véritablement en tout cas à partir de l'un des points fixes *B* et *G* de la figure 5, de telle sorte que pour ces arcs une division fixe en degrés serait utilisable sur le méridien, mais pas pour l'arc Hectemoros qui exige une mesure par report de l'arc.

Après traitement de l'entrée et de la sortie numérique, le procédé de λήψας ὀργωνική a conservé ce complément indispensable et suffisant qui permet son utilisation pratique, et le procédé graphique tel que nous le voyons dorénavant, nous pourrions le considérer aujourd'hui comme "calcul graphique". Car lors de chaque groupement des valeurs numériques, la valeur chiffrée de chaque angle recherché est trouvée par une construction. Cette construction serait exécutée à chaque fois en traçant effectivement les lignes de construction (droites et cercles) ; une propriété caractéristique du "calcul graphique" que les Français ont déjà désigné par "calcul par le trait". Dans deux paragraphes plus loin, nous verrons cependant que *Ptolémée* élargit le procédé en rendant indispensable le traçage effectif d'une partie des lignes de construction par l'utilisation d'appareils de lecture et ainsi élargit le procédé du calcul graphique pour en faire un procédé "nomographique".

#### IV. LE CALCUL TRIGONOMETRIQUE DES 7 ANGLES (202,15 – 210,3)

La recherche (λήψας) des 7 angles considérés doit se faire de façon très précise également pour διὰ τῶν γρομμῶν (202, grec 22) von *Braunmühl* admettait que là

on parlait probablement d'un procédé graphique. Avec des raisons convaincantes, *Zeuthen* défendait par contre le point de vue que le λήψις διὰ τῶν γραμμῶν serait au contraire un procédé de calcul basé sur des démonstrations géométriques, un procédé où l'on utilisait la table déjà disponible à l'époque, table de la fonction des cordes et *Ptolémée* coordonnerait expressément ce procédé de solution mécanique (graphique) lorsqu'il dit que pour les deux procédés il voulait l'un après l'autre démontrer comment il faudrait les utiliser le plus aisément possible (ἐν μέρει, 203, grec 6). En fait c'est comme si *Ptolémée*, pour être complet, voulait insérer brièvement ce procédé entrant de façon indépendante à côté du graphique, pour ceux qui le préfèrent (τοῖς προαφροσμέοις, 202, grec 24) dans les traits principaux (κεφαλαιωδῶς, 203, grec 7). Eu égard à la rigueur des calculs, c'est inégalable; mais le procédé avec l'analemme lui-même (ἢ αὐτοῦ ἀνολήμματος, 202, grec 26) donc le procédé graphique-mécanique serait plus aisé et suffisant précisément à l'intérieur des limites de la perception sensorielle vers laquelle tend le but pratique du traité (202 en bas).

Ainsi, *Zeuthen* a à nouveau clarifié un fait que *Commandinus* compris exactement – ce dont *Zeuthen* ne semble pas s'être rendu compte bien que *Wilhelm von Moerbeke* avait rendu le ἐν μέρει par in parte (209,29). *Moerbeke* a traduit le διὰ τῶν γραμμῶν par per lineas à un endroit mais (en 203,2) de façon remarquable par per numeros. Cela a été remarqué par *Commandinus* qui ne disposait certes pas du texte original et il écrit à ce propos : Vide, ne potius legendum sit, per lineas, nisi forte per numeros dixit, quoniam numeris utitur ad investigandas linearum quantitates, id quod et alibi saepius, et in magna compositione, tum *Archimedis*, tum aliorum antiquorum exemplo facere consuevit. *Commandinus* continue ensuite à expliquer le procédé en calculant à l'aide de la figure pour la hauteur du pôle à Rome un exemple où il utilise seulement la table des sinus à sa disposition au lieu de la table des cordes de *Ptolémée*, ce qui ne constitue pas une modification. *Delambre* n'a pas compris ensuite l'essence du procédé de *Ptolémée*. Il a expliqué (a.a.o., §459) qu'il ne voyait pas l'utilité de ces façons de faire.

Que le procédé διὰ τῶν γραμμῶν ne puisse être mécanique-graphique est déjà prouvé par l'expression utilisée pour le même procédé [διὰ] γραμμικῶν ἀποδείξεων... (202, grec 28), per lineares demonstrationes (202,21). Pour bien comprendre le sens de l'expression διὰ τῶν γραμμῶν, il faut citer en premier lieu avec *Björnbö*<sup>1</sup> celle des passages cités extraits de l'*Almageste*, où l'expression en question ou bien une autre de même valeur comme γραμμικῶς est utilisée. Il faut dire que *Commandinus* a déjà attiré l'attention sur l'*Almageste* dans le passage cité plus haut. S'il peut s'agir désormais, comme dans les passages du 2e et 8e livre, de constructions sur la superficie de la sphère ou bien, comme celles du premier livre, de celles-ci dans le plan, des figures sont toujours là qui sont produites grâce à une méthode

strictement géométrique dont les propriétés doivent être recherchées en se basant sur des principes théoriques géométriques par des preuves – sur la sphère σφαιρικοὶ δείξεις – et leurs éléments, si certains d'entre eux sont donnés, sont calculables à l'aide de ces propriétés et de ces principes. Pour *Ptolémée*, tout concours dans ce cas à réaliser les calculs. Ainsi, en particulier dans le premier livre de l'*Almageste* γραμμικῶς, on montre que par exemple les cordes de 36°, 72°, 54°, 60°, etc, oui finalement les cordes de tous les arcs qui sont des multiples entiers de 1½°, peuvent être déterminés. On voit qu'il s'agit de ses cordes qui sont constructibles de façon strictement géométriques, avec la règle et le compas, et le sens devient particulièrement clair par le passage non cité par *Björnbö*, passage<sup>2</sup> d'après lequel on ne peut trouver en aucune façon la corde soutendant le tiers du même arc (corde διὰ τῶν γραμμῶν) à partir de la corde de l'arc de 1½°. Après cela on peut déterminer διὰ τῶν γραμμῶν tous les éléments que l'on peut construire à partir de ceux qui sont donnés avec "la règle et le compas", donc par exemple, comme nous le savons depuis Gauss, le côté de l'angle du polygone réguliers à 17 côtés, mais pas celui de l'heptagone et pas le tiers de n'importe quel angle. Si *Björnbö* en arrive au résultat que l'expression contestée se réfère à chaque méthode ou représentation géométrique par des figures au contraire d'autres méthodes, comme par exemple des méthodes instrumentales ou de calcul pur, alors j'aimerais leur donner raison à la condition que le mot "géométrique" a bien le sens qui vient d'être précisé. C'est ainsi que *Proclus*<sup>3</sup> dit aussi de l'identité traitée dans les *Éléments d'Euclide* II, 10, *Euclide* les aurait prouvé γραμμικῶς c'est-à-dire de "façon géométrique". La traduction donnée ici par *Heath*<sup>4</sup>. "graphically" ne me semble pas être exacte.

A propos des valeurs qui sont déterminées de cette manière géométriquement par celles qui sont données, *Ptolémée* dit dans le premier livre de l'*Almageste* : ὄσοντα. Cela signifie pour lui : elles peuvent être calculées et dans ce cas il ne peut donc s'agir de d'opérations de calculs où à part les opérations rationnelles apparaissent tout au plus des extractions de racines carrées. Il se sert aussi continuellement de la même expression dans le paragraphe de l'*Analemme* que nous avons à notre disposition. Dans les figures planes pages 203 et 205 qui servent de base au procédé et qui coïncident pleinement à notre figure 5 sont donnés dès l'origine la hauteur du pôle, la déclinaison et l'angle horaire. En se basant sur celles-ci, il montre comment on peut déterminer l'un après l'autre certains rapports des côtés des triangles rectangles apparaissant dans la figure et il en arrive ainsi finalement à la possibilité de déterminer les éléments recherchés. C'est une description de la façon de calculer à la place

<sup>1</sup> A. Björnbö, Studien über Menelaos' sphärik. Abhandl. zur Gesch. d. math. Wissensch., 14. Heft. Leipzig 1902, S.83.

<sup>2</sup> Claudii Ptolemaei Syntaxis mathematica ed. Heiberg, Leipzig, 1889, I, 42, 20.

<sup>3</sup> Proclus. Comm. sur la Republ. de Platon, ed. Kroll, II, 1901. Chap.23 et 27, §24, 25 et 27-29 (cit. nach Heath, a.a.o., I, §93).

<sup>4</sup> Th. L. Heath, a.a.o., I, §93. Über sonstiges Vorkommen des Ausdruckes διὰ τῶν γραμμῶν vergl. Heath, II, §257-58

d'un calcul avec des lettres non disponible chez les Grecs. Qu'ici de façon erronée à plusieurs reprises (page 205, lignes 9–12 ; page 205, lignes 17–20 ; lignes 22–23) on dit d'un triangle rectangle que les deux Kathetes servaient à trouver l'hypoténuse sont connues et que l'autre Kathete est déterminé par rapport à celles-ci, tout cela a déjà été remarqué par *Commandinus*, et cela doit être une altération de texte. Dans le passage analogue (page 209, lignes 24–25) la chose est dite comme il faut.

Le ἐπίσκιος διὰ τῶν γραμμῶν que nous avons à notre disposition se distingue du procédé qui se trouve dans le premier livre de l'*Almageste* pour déterminer les cordes, seulement par le fait que les valeurs données et recherchées sont maintenant des valeurs d'angle quelconque alors que dans l'*Almageste* le rayon du cercle était donné et que les cordes étaient recherchées. Il faut donc maintenant déterminer – avant que ne démarre le véritable procédé de calcul – d'abord les cordes pour les valeurs à multiplier par deux des arcs donnés et enfin les arcs recherchés pour les dernières cordes trouvées γραμμικῶς. Cela peut se faire par calcul en utilisant la table numérique des cordes comme le démontre également par exemple la passage 204, grec 19–24. Étant donné qu'une fois cependant on calcule avec des rapports, l'utilisation de la table des cordes n'est pas beaucoup plus compliquée que celle d'une table des sinus à part la multiplication par deux des arcs donnés et la division par deux des arcs trouvés.

Donc, avec *Zeuthen*, nous devons arriver au résultat que le procédé esquissé par *Ptolémée* est un calcul avec des fonctions de cordes ou bien pour parler de façon moderne, un calcul trigonométrique.

*Drecker* a fait les calculs trigonométriques pour les 6 angles sans exception en lien direct avec la figure de *Ptolémée* et ce avec les signes moderne de fonctions. Il également montré avec des calculs à l'aide d'un exemple comment le calcul avec la table de cordes devait se présenter pour *Ptolémée*.

Désignons à nouveau la hauteur du pôle par  $\varphi$ , ensuite la déclinaison du soleil par  $\delta$  et son angle horaire par  $t$ , alors ces calculs donnent pour les 6 angles de *Ptolémée*, que nous dénomons de la même manière à la fin du premier paragraphe, les équations suivantes :

$$\cos \zeta = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t \quad (10)$$

$$\tan z \sin t = \sin \varphi \cos t - \cos \varphi \tan \delta \quad (11)$$

$$\cos \eta = \cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \cos t \quad (12)$$

$$\cot y \sin t = \cos \varphi \cos t + \sin \varphi \tan \delta \quad (13)$$

$$\cos \xi = \cos \delta \sin t \quad (14)$$

$$\tan x = \frac{\sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t}{\cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \cos t} \quad (15)$$

Ici pour *Ptolémée*, les valeurs absolues des fonctions recherchées sont valables étant donné qu'il n'utilise que les angles aigus. Nous obtenons les mêmes formules en calculant les éléments recherchés à partir des triangles Zénith-Pôle-Soleil et Sud-Pôle-Soleil de façon moderne en utilisant l'équation qui apparaît  $\cos \zeta = \cos \eta \tan x$  déduite de l'équation (5) par permutation circulaire. Donc dans les constructions et les calculs de *Ptolémée* se

trouvent la formule du cosinus (10 et 12) et la formule de la cotangente (11 et 13) de la trigonométrie sphérique. De plus, dans les constructions sont directement contenues la formule (5) et ses permutations circulaires.

Pour l'arc de l'Équateur  $u$ , nous obtenons à partir de (9) et (13) la formule

$$\tan u \sin t = \cos t + \tan \varphi \tan \delta \quad (16)$$

On peut tranquillement calculer les 7 angles de la manière suivante. On trouve  $\xi$  à partir de (14) et  $x$  à partir de :

$$x = \varphi + p \quad \text{où} \quad \tan p = \frac{\cos t}{\tan \delta} \quad (15a)$$

et  $p$  est la projection du côté Soleil-Pôle sur le côté Zénith-Pôle. À la suite de quoi on trouve, à partir de  $\xi$  et  $x$ , les 5 autres angles à l'aide d'équations appropriées tirées de notre ensemble d'équations (1) à (9). Les équations de ce groupe peuvent aussi servir au contrôle du calcul.

Si nous résumons ici les différents pas de nos calculs par des formules, nous n'avons pas ce faisant l'intention d'attribuer à *Ptolémée* un quelconque résumé de ses calculs successifs.

Cela aurait été un travail de titan pour *Ptolémée* s'il avait voulu calculer les 7 angles d'après le procédé décrit, ne serait-ce que pour un seul climat et pour le point départ de chaque signe du zodiaque et de chaque heure temporaire, comme il l'a ou veut l'avoir vraiment fait plus tard même pour les 7 différentes hauteurs de pôle d'après le procédé nomographique. Il n'a probablement pas utilisé mais seulement décrit ce procédé trigonométrique.

## V. LA TABLE DE CALCUL GRAPHIQUE

Bien que nous ayons déjà appris à déterminer les 7 angles par un calcul graphique avec l'Analemme, *Ptolémée* nous avait pourtant laissé entrevoir de montrer, même pour le procédé graphique, comment on pourrait réaliser cela le plus tranquillement possible (ἐπι τὸ προχειρότατον 203, grec 4–5). Après que la solution numérique-trigonométrique a été trouvée dorénavant – par insertion d'une certaine façon – l'auteur peut reprendre le fil interrompu et se consacrer à la poursuite de la mise en forme de la méthode graphique. Cette mise en forme est une extension du procédé de calcul graphique à un procédé nomographique. Cela il le traite de façon beaucoup plus détaillé et avec un amour plus grand que le procédé par calcul esquissé seulement dans les grandes lignes (κεφάλαιωδῶς) et on finit par avoir l'impression certaine qu'il s'agit ici de quelque chose de nouveau trouvé par lui.

La construction se compose maintenant de 3 parties ou étapes différentes (dans leurs formes). Dans la table I, nous avons représenté les lignes de la première étape avec des trait épais, celles de la deuxième étape avec des traits fins et ce qui appartient à la 3e étape par des pointillés. *Ptolémée* a consacré la figure page 213 à la première

étape de la construction, et les figures particulières aux pages 218 et 219 aux 2e et 3e étape.

Vu qu'il s'agit, pour ces dernières étapes, de la préparation du nomogramme pour une hauteur spécifique du pôle et de son utilisation, les figures pages 218 et 219 ont la signification de "figures-clefs", comme on les ajoute de temps en temps aujourd'hui aux tables de calcul graphique avec le but de s'y retrouver rapidement dans le procédé de lecture. Nous nous épargnerons ces figures clefs en intégrant tout dans la figure principale. Pour faciliter la comparaison avec le texte d'origine, on a choisi des lettres grecques dans le tableau I qui correspondent aux caractères latins à la page 213, mais on a choisi les lettres latines de la figure de la page 219 pour la "2e" et la "3e" étape; ensuite, pour une meilleure compréhension, on a introduit en plus les lettres  $v, v_1, w, w_1, y, y_1$ .

**A. Première étape de la construction (210, 3-211, 6; 212, 11-216, 22)**

La première étape contient les lignes et les traits partiels qui restent inchangés pour tous les climats. Il faut les graver ou les marquer de façon durable sur une plaque d'airain, en pierre ou en bois, en forme de disque de diamètre  $AB$  (Table I) et le point central  $\Gamma$ . Ces lignes et divisions sont les suivantes :

1. Le méridien avec le diamètre  $AE$ . Son rayon  $\Gamma A$

Climat	1	2	3	4	5	6	7
Plus long jour dans les heures de l'équinoxe	13	$13\frac{1}{2}$	14	$14\frac{1}{2}$	15	$15\frac{1}{2}$	16
Hauteur du pôle d'après l'Analemma	$16^{\circ}\frac{1}{3}\frac{1}{12}$ = $16^{\circ}25'$	$23^{\circ}\frac{1}{2}\frac{1}{3}$ = $23^{\circ}50'$	$30^{\circ}\frac{1}{3}$ = $30^{\circ}20'$	$36^{\circ}$ = $36^{\circ}$	$40^{\circ}\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{10}$ = $40^{\circ}41'$	$45^{\circ}$ = $45^{\circ}$	$48^{\circ}\frac{1}{2}$ = $48^{\circ}30'$
Hauteur du pôle d'après l'Almageste	$16^{\circ}27'$	$23^{\circ}51'$	$30^{\circ}22'$	$36^{\circ}$	$40^{\circ}56'$	$45^{\circ}1'$	$48^{\circ}32'$

A la dernière ligne, nous avons mentionné les hauteurs du pôle d'après la façon de procéder de *Drecker*, hauteurs que *Ptolémée* indique pour les 7 climats dans l'Almageste. Comme on peut le voir, il a arrondi dans l'Analemma les valeurs au 12e degré, c'est-à-dire à des multiples de 5'. Seulement, pour le 5e climat, le texte a dû être altéré. Cela, *Moerbeke* l'a déjà remarqué, lui qui a laissé libre la place pour ce nombre dans sa traduction. D'après le principe d'arrondi suivi par *Ptolémée* ici et aussi plus tard dans la table des angles recherchés s'attendre à  $40^{\circ}\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{10}$ . *Commandinus* a, dans sa traduction, inséré les valeurs les plus pointus, et ce faisant, a agi à l'encontre de l'intention visible de *Ptolémée* de donner des arrondis appropriés à des fins graphiques.

4. Les diamètres  $O\Pi, P\Sigma, TY$  des trois cercles parallèles avec les moitiés sont mis dans le plan du dessin. Ce tropique appartenant à  $O\Pi$  est utilisé pour les solstices d'été et d'hiver (points de départ du Cancer et du Capricorne, longueur de soleil 3 et 9 signes), le cercle parallèle appartenant à  $\Pi\Sigma$  est utilisé pour les points de départ des Gémeaux du Lion, du Sagittaire et du Verseau (longueurs 2, 4, 8 et 10 signes), enfin le cercle appartenant à  $TY$  est utilisé pour les point de départ du Taureau, de la Vierge, du Scorpion et des Poissons (lon-

gueur 1, 5, 7 11 signes). Donc le tracé du cercle parallèle  $P\Sigma$  est par exemple utilisé avec le demi-cercle rapporté correspondant non seulement pour les deux jours avec la déclinaison voulue au printemps et en été, mais aussi pour les deux jours en automne et en hiver, jours où la déclinaison est négative, mais de même valeur absolue. Des signes d'été on passe aux signes d'hiver correspondants en tournant la plaque de  $180^{\circ}$  (220, ligne 33 – 221, ligne 21).

2. Un quadrant  $H\Theta K$  divisé en  $90^{\circ}$  dont le rayon est égal à celui du méridien et dont le centre  $Z$  divise le rayon du méridien  $\Gamma A$  dans un rapport 1 : 2 de telle sorte que  $Z$  est proche du point  $\Gamma$ . Ce quadrant qui est divisé en 2 par le diamètre  $AB$ , sert à mesurer les arcs saisis sur le méridien de la façon décrite précédemment. Il est utile, mais pas indispensable de dessiner un rapporteur identique également à l'autre côté, vu que nous utiliserons la table de calcul aussi dans une position tournée de  $180^{\circ}$ .

3. Le cercle  $AMN\Xi$ . Son point central est  $\Gamma$ , et il faut choisir son rayon de telle façon que le le cercle passe a peu près au milieu entre  $A$  et  $\Theta$ . Les points  $A$  et  $N$  qui se trouvent sur  $AB$  ainsi que les points  $M$  et  $\Xi$  divisent ce cercle en 4 quadrants. L'un de ces quadrants est divisé en  $90^{\circ}$ . Sur celui-ci, nous inscrivons les hauteurs du pôle correspondant à chaque climat isolé et reportons les traits partiels sur les trois autres quadrants. Les arcs des nombres de degrés concernés sont reportés à partir des points partiels  $A, M, N, \Xi$  vers la droite (c'est-à-dire dans le sens négatif de rotation) vu que nous observons le plan du méridien depuis l'est.

Les hauteurs de pôle indiqués par *Ptolémée* pour 7 climats sont visibles dans le tableau suivant :

Comme il a été dit plus tôt, *Ptolémée* ne trouve pas les déclinaisons  $\Delta O, \Delta P, \Delta T$  à l'aide du menaeus, mais il en donne les valeurs numériques. Pour le tropique  $O\Pi$ , on a la déclinaison  $23^{\circ}\frac{1}{2}\frac{1}{3} = 23^{\circ}50'$  que l'on doit reporter comme arc  $\Lambda O = \Xi\Pi$  sur le méridien. Le cercle parallèle ( $P\Sigma$ ) proche du tropique a la déclinaison  $\Delta P = E\Sigma = 20^{\circ}\frac{1}{2} = 20^{\circ}30'$ , et le cercle parallèle qui est proche de l'équateur ( $TY$ ) a la déclinaison  $\Delta T = EY = 11^{\circ}40'$  ( $\Gamma_0$  dans 215, grec.19 doit signifier  $\frac{2}{3}$ !). Ici aussi, *Ptolémée* a à nouveau choisi des arrondis appropriés des valeurs données dans l'Almageste. Les diamètres du tropique ( $O\Pi$ ) et du parallèle ( $TY$ ) proche de l'équateur sont dessinées avec les deux demi-cercles leur appartenant, sur l'un des deux côtés du diamètre de l'équateur (à droite) et le diamètre  $P\Sigma$  du parallèle

proche des tropiques est dessiné avec son demi-cercle sur l'autre côté (à gauche). Donc d'un côté sont réunis les deux cercles parallèles éloignés le plus possible l'un de l'autre, et de l'autre côté se trouve le troisième, seul. Il en est ainsi afin que les divisions des heures à reporter ensuite sur les demi-cercles et leurs diamètres se gênent le moins possible. De façon provisoire, ces deux demi-cercles restent avec leur diamètre mais sans division. Nous écarterons volontiers cependant :

5. Sur chacun des demi-cercles du méridien (nous devons considérer comme valeur nulle les moitiés repliées de l'équateur, c'est-à-dire les moitiés du parallèle de la déclinaison) divisions en 12 heures égales les unes aux autres.

6. Les projections des divisions horaires (que nous venons de citer) sur le diamètre  $\Delta FE$ . Sur celui-ci naît donc une échelle des sinus. Bien que les Grecs utilisent la corde au lieu du sinus, Ptolémée avait donc déjà une représentation en échelle des sinus. *Delambre* lui-même avait déjà attiré l'attention sur ce fait remarquable. Ces divisions de l'équateur et de son diamètre indépendantes de la hauteur du pôle peuvent au contraire des divisions horaires des autres cercles parallèles être durablement fixées. Ainsi désormais sont énumérés les lignes et les divisions qui n'ont jamais besoin d'être effacées de la plaque. Si la plaque est en minéral ou en pierre alors, ces lignes et divisions sont gravées. Si elles sont en bois, alors, on les matérialise en couleur – tout en noir, seul le méridien et le diamètre de l'équateur avec les divisions qui se trouvent dessus sont en rouge – et ensuite on recouvre de cire la plaque de bois pour y mettre l'autre dessin, "comme c'est le cas avec les sphères". (Les Grecs avaient selon ce principe probablement des sphères qui pouvaient être recouvertes de cire pour dessiner des figures astronomiques ou des triangles sphériques.)

**B. 2e étape de la construction (211, 6–13; 216, 23–217; 217, 21–23; 219, 8–23.)**

Avec les constructions restantes décrites auparavant, est achevé ce que nous appellerons de nos jours la table de calcul graphique ou bien le nomogramme, aussi loin qu'il est possible de le faire pour n'importe quelle latitude géographique. Ce qui vient maintenant, nous pourrions déjà le caractériser comme la règle pour l'utilisation de la table de calcul. Cette utilisation se divise cependant en deux actions (partielles). La première que nous avons désigné ici comme la 2e phase de la construction est l'organisation (disposition) de la table pour un climat donné. Cet ordonnancement est encore un vrai dessin, plus précisément de droites et de traits partiels. Ces droites et ces traits partiels sont différents pour chaque climat et doivent donc pouvoir s'effectuer facilement.

1. Nous dessinons le diamètre de l'horizon (la ligne de midi)  $ab$  et la ligne de crête  $gd$  pour les hauteurs de pôle concernées. Pour ce faire, nous avons seulement besoin de relier par intersection les points partiels chiffrés (selon le climat considéré) sur les quadrants du cercle  $AMNΞ$ , lesquels points ont été disposés seulement dans ce but une fois pour toute. Dans la figure, nous avons tracé ces

lignes pour le cinquième climat (durée du jour le plus long de 15 heures d'équinoxe).

2. Soit  $h$  le point d'intersection du diamètre de l'horizon avec le diamètre du cercle parallèle pour lequel nous voulons déterminer les angles (dans la figure nous avons choisi le tropique  $OII$ ). En  $h$ , nous érigeons la perpendiculaire sur  $OII$ , qui nous livre le point de départ sur le demi-parallèle replié.

3. Chacune des deux parties inégales obtenues par cette perpendiculaire sur le demi parallèle, dont l'arc semi-diurne  $hO$  et le demi arc de nuit, nous la divisons dans ces 6 heures civiles. Les heures du jour en été sont plus grandes que celles de la nuit qui, en tournant la table de  $180^\circ$ , deviennent les heures du jour en hiver où la valeur absolue de la déclinaison est la même.

4. Cette division horaire du demi-parallèle, nous la projetons sur son diamètre  $OII$ .

*Delambre* dit simplement que l'on devrait diviser le demi-parallèle en 12 heures et la projection de cette division sur le diamètre serait une division en sinus. Il semble donc accepter de façon erronée les heures d'équinoxe.

**C. Le Plastyma (211, 13–26)**

Déjà pour la perpendiculaire  $hl$  et pour la projection de la division horaire tout particulièrement lors de la 3e phase de la construction, on utilise un outil particulier pour tracer les perpendiculaires et abaisser les perpendiculaires, à savoir une plaque très mince exactement rectangulaire ( $\pi\lambda\acute{\alpha}\tau\upsilon\sigma\mu\alpha$ ), c'est-à-dire une équerre plate à peu près de la forme d'un triangle rectangle. Les côtés de l'angle droit ne doivent pas être plus petits que le rayon du méridien de la table de calcul. Pourquoi, cela sera établi plus tard en utilisant le Plastyma pour obtenir des points d'intersection sur le cercle du méridien.

**D. 3e phase de la construction (211, 26–212, 11; 217, 3–16; 217, 29–219, 2; 219, 23–220, 30.)**

C'est seulement après avoir dessiné les éléments dépendants de la hauteur du pôle que la table de calcul est prête à être utilisée complètement. La recherche suivante des 7 angles ne sera plus réalisée en traçant les lignes, mais par des manipulations avec 2 appareils de lecture, à savoir un compas et le Plastyma que nous venons de décrire. "Car c'est complètement que nous voulons rechercher les arcs sur le méridien à l'aide du compas et de la plaque rectangulaire en ne traçant absolument pas d'autres droites que celles qui ont été citées précédemment, mais en laissant le dessin nu pour pouvoir bien rechercher le reste... (212, grec 2–16)"

*Zeuthen* dit que *Delambre* a rendu avec raison le "cancer" utilisé par *Moerbeke* par "équerre". Ce n'est pourtant pas le cas. L'utilisation des mots est bien plus celui qui est rendu dans la liste suivante :

Si nous désignons par  $m$  le point horaire dans le report (dans la figure nous avons choisi le point final de la première heure) et par  $n$  le point avec le même chiffre ("eiusdem ordinis") sur le diamètre du cercle parallèle,

TAB. II Le compas

<i>Ptolemäus</i>	<i>Moerbeke</i>	<i>Commandinus</i>	<i>Delambre</i>
καρπυος	cancer	circinus	compas

TAB. III Le Plastyma

<i>Ptolemäus</i>	<i>Moerbeke</i>	<i>Commandinus</i>	<i>Delambre</i>
πλαύσμα	latus rectangulum	norma	équerre
ἄριτογώνιον	platina rectangula		

donc la projection de  $m$ , alors, on obtiendra les 7 angles par les opérations de lecture suivantes :

1. L'angle Hectemoros. On place la pointe du compas en  $n$ , on prend l'ouverture de compas égale à  $nm$  et on tourne le compas autour de  $n$ , jusqu'à ce que l'autre pointe du compas atteigne le méridien au point  $x$ . Ensuite on pose (avec l'autre main) le Plastyma sur la table de calcul de telle sorte que le sommet de l'angle droit se trouve en  $\Gamma$  et que l'un des côtés passe par  $n$ . Ce côté devrait couper le méridien en  $O$ , l'autre en  $p$ . Alors,  $xp$  est l'arc Hectemoros recherché. On le saisit avec le compas (l'une des pointes du compas se trouve déjà en  $x$ ) et on trouve sa valeur numérique en reportant cette ouverture de compas (corde) sur le quadrant divisé (rapporteur)  $H\Theta K$ .

*Delambre* veut marquer le point  $o$  et placer le plastyma de telle sorte que l'un des côtés passe par le point  $x$  que l'on vient juste de trouver. Cela, *Ptolémée* ne l'a cependant pas dit et ce serait aussi plus compliqué. Aussi insensé que puisse être ce petit écart de *Delambre* du point de vue de la géométrie, autant elle est remarquable du point de vue de la pratique nomographique. Chez *Ptolémée*, une main est placée en  $x$  avec la pointe du compas, l'autre a positionné le Plastyma. Ensuite la main nommée en premier peut saisir sans plus attendre l'arc Hectemoros  $xp$ , en plaçant simplement l'autre pointe du compas sur  $p$ . Cette suite élégante de manipulations où l'une des mains avance toujours plus loin, signifie un gain de temps essentiel vu qu'elle se répète pour tous les points horaires. Elle est cependant renversé par la modification de *Delambre*. Visiblement, *Ptolémée* ne veut pas non plus marquer les points de construction comme  $x$  sur l'arc du méridien. De tels marquages pourraient porter à confusion, vu qu'ils devraient être faits pour chaque heure, on devrait donc les effacer à chaque fois ce qui générerait encore plus le déroulement rapide des déterminations.

*Ptolémée* définit, comme il dit expressément (217, 4) tout de suite les uns après les autres les arcs Hectemoros pour les 7 points horaires, et ensuite aussitôt également, après avoir tourné la table de  $180^\circ$ , les arcs Hectemoros pour tous les points horaires des deux signes opposés du zodiaque. Le même ordre, il le garde ensuite pour l'arc Horarius et le reste pour les arcs décisifs. Cela est aussi intentionnel, car cela va plus vite lorsqu'on fait pendant un certain temps et d'un seul coup des calculs nomographiques d'après le même procédé de lecture, où l'on s'habitue comme si l'on doit changer constamment ce procédé. C'est seulement après que tous les arcs aient été déterminés pour toutes les heures d'un cercle paral-

lèle que l'on supprime les divisions horaires de ce cercle parallèle et que l'on passe à un autre.

Ensuite, il faudrait corriger les données de *Drecker*. Il suppose que l'on devrait obtenir pour chaque heure isolée les 6 arcs en dessinant véritablement des lignes et des points, et ensuite on devrait les saisir tous les 6 l'un après l'autre. Ensuite il faudrait effacer les lignes et les points et la construction pour une autre heure ( $60'$ ) pourrait commencer.

2. L'angle Horarius. On place l'une des pointes du compas au point d'intersection  $h$  du diamètre du cercle parallèle avec la ligne nord-sud  $ab$ , on donne au compas l'ouverture  $hm$  et on fait pivoter autour de  $h$ , jusqu'à ce que l'autre pointe atteigne le méridien en  $q$ . Alors l'arc Horarius recherché est celui des deux arcs  $aq$  ou  $bq$  qui fait moins de  $90^\circ$  (à la table 1  $bq$ ). Sa valeur numérique est trouvée à nouveau par la saisie sur le rapporteur  $H\Theta K$ .

C'est un procédé avec le compas très agréable et pur où le compas n'a tout d'abord à faire que 2 pas en avant en changeant l'ouverture du compas lors du deuxième pas. Bien que de telles saisies avec le compas doivent être en général considérées comme les opérations graphiques les plus précises, le résultat dans ce cas particulier ne sera pas très exact si le cercle coupe le méridien de façon trop plate en  $h$ .

3. L'angle Descensivus. Le procédé est tout à fait identique que pour l'arc Horarius. Si  $t$  est l'intersection du diamètre du cercle parallèle avec la ligne de crête  $gd$ , alors on fait en sorte que  $tr = tm$ . Alors  $gr$  est l'arc de cercle Descensivus dont la valeur numérique sera déterminée comme précédemment par la saisie sur  $H\Theta K$ .

Le point  $q$  pour l'arc Horarius et le point  $r$  pour l'arc Descensivus auraient pu également être trouvés à l'aide du Plastyma étant donné que, comme nous l'avons vu,  $qn$  est perpendiculaire à  $ab$  et  $rn$  perpendiculaire à  $gd$ . *Ptolémée* préfère visiblement la pure lecture avec le cercle.

4. L'arc méridien. On place un côté du Plastyma, qui dans ce cas n'est utilisé que comme règle, sur  $\Gamma n$ , de telle sorte que le point d'intersection  $o$  est déterminé sur le méridien. Alors l'arc du méridien recherché est de lui des deux arcs  $ao$  ou bien  $bo$  qui fait moins de  $90^\circ$  (dans la table 1  $bo$ ). Il est saisi de façon habituelle. D'ailleurs, le point  $o$  était déjà installé lors de la détermination de l'arc Hectemoros avec le Plastyma.

5. L'arc de cercle vertical. On place l'un des deux Kathete du Plastyma sur  $gd$  de telle sorte que l'autre passe par  $r$ . Si ensuite le sommet de l'angle droit du Plastyma se trouve en  $v$ , alors nous saisissons  $mn$  avec le compas, nous plaçons l'une des pointes du compas sur  $v$  et l'autre en  $v_1$  en serrant sur le Kathete (côté?) passant par  $n$ . Tandis que nous maintenons fixement cette dernière pointe désormais en  $v_1$ , nous tournons et déplaçons le Plastyma jusqu'à ce que le Kathete proche de la pointe du compas passe par  $\Gamma$ . Ce faisant, le Kathete soit rester le plus proche possible de la pointe du compas. Si le Kathete coupe ensuite le cercle du méridien en  $s$ , alors  $gs$  est l'arc de cercle vertical recherché et que l'on doit chercher de façon habituelle.

6. L'arc de l'horizon. Le procédé est tout à fait analogue



au précédent : on place le *Plastyma* par l'un des de ses *Kathetes* sur  $ab$  de telle façon que l'autre passe par  $n$ . Si maintenant  $w$  est le sommet de l'angle droit, alors on fait  $w\omega_1 = mn$  et l'on tourne et déplace le *Kathete* proche de la pointe de compas en  $\omega_1$  jusqu'à ce qu'elle passe par  $\Gamma$ . Si elle coupe ensuite le méridien en  $c$ , alors  $cg$  est l'arc de l'horizon recherché.

D'ailleurs, en déterminant l'arc de cercle vertical et l'arc de l'horizon, apparaissent les deux positions du *Plastyma*, qui, comme nous l'avons vu, auraient pu être utilisés également pour déterminer les points  $q$  et  $n$  nécessaires pour les angles *Horarius* et *Descensivus*.

7. L'arc de l'Équateur. Nous saisissons  $\Gamma y = mn$  sur  $\Gamma g$ , plaçons le *Plastyma*<sup>1</sup> de telle façon que le sommet de l'angle droit tombe sur  $y$  et l'un des deux *Kathetes* tombe sur  $\gamma_1$  et par saisie nous faisons que  $\gamma y_1 = nh$ . Ensuite nous tournons et déplaçons le *Plastyma* dont l'un des *Kathetes* se trouve durablement près de la pointe du compas en  $\gamma_1$ , jusqu'à ce que cette *Kathete* passe par  $\Gamma$ . Si ensuite elle rencontre le cercle méridien en un point  $f$ , alors  $gf$  est l'arc de l'équateur recherché dont la valeur d'angle est saisie de façon habituelle.

Il ne faut rien perdre de l'exactitude de la façon de trouver les 6 premiers arcs étant donné que le procédé est en fait la répétition nomographique exacte de la méthode graphique donnée précédemment. Pour le 7e angle, seul le triangle  $hmn$ , c'est-à-dire le triangle  $\Theta MN$  de la figure 5 a été transformé nomographiquement en triangle  $\Gamma y_1$  de telle façon que l'angle recherché apparaisse comme l'angle central du cercle du méridien et qu'ainsi il puisse être saisi comme arc  $gf$  de ce cercle.

Ici nous avons à nouveau dès le départ le cas général d'une déclinaison différente de zéro. *Ptolémée* indique au préalable le cas particulier pour les équinoxes. Dans ce cas, le cercle *Hectemoros* coïncide avec l'équateur et l'arc *Hectemoros* qui coïncide avec l'équateur peut être saisi directement du cercle méridien. Les pures saisies au cercle devenus imprécises pour les angles *Horarius* et *Descensivus* sont remplacés par les méthodes déjà indiquées où l'on trouve les points  $q$  et  $r$  avec le *Plastyma*.

## VI. LE REPORT DES 6 ANGLES INTRODUITS PAR PTOLEMÉE DANS LES TABLEAUX (222, 14 – 223, 18)

*Ptolémée* traite finalement de l'enregistrement tabulaire des 6 angles à calculer avec l'Analemme (Il a d'ailleurs laissé tombé l'angle de l'Équateur). Pour le point de départ de chaque signe du zodiaque et pour chaque climat, il faut établir un tableau. Cependant, les tableaux pour chacun des deux points du zodiaque de même déclinaison sont toujours identiques par exemple pour le point de départ du Taureau et celui de la Vierge. Ainsi, il nous reste les 7 longueurs de soleil suivantes :  $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 90^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ$ . Étant donné que 7 climats différents ont été admis, il en résulte alors 49

tableaux. Nous en trouvons un du même genre reproduit à la fin du traité. Pour chaque heure du matin et de l'après-midi on y trouve la valeur de chacun des 6 angles. Vu que *Ptolémée* n'utilise aucun angle obtus et qu'il doit par conséquent par exemple mesurer l'arc *Horarius* tantôt à partir du point sud et tantôt à partir du point nord, alors avant la colonne des heures est placée une autre colonne où l'on indique si le soleil se trouve au sud ou au nord du premier vertical. Les nombres indiqués ne sont pas tous conservés exactement, mais ils faut cependant reconnaître clairement que *Ptolémée* a arrondi tous les résultats à des multiples de 5 minutes. *Drecker* a vérifié la tableau. Il a trouvé que l'erreur dépasse 1° à 4 reprises et que l'erreur est de 23' en moyenne.

*Commandinus* suppose que les autres tableaux se sont perdus au cours du temps. Si *Ptolémée* trouve véritablement comme on peut bien l'admettre d'après le texte, les 49 tableaux avec l'Analemme qu'il avait joint à son essai – celui-ci avait alors à peu près une dimension aussi grande que la partie qui nous est resté – alors, il avait ainsi rendu superflu l'usage (futur) de l'Analemme. Car si l'on ne tient pas compte des interpolations entre les valeurs des climats, des longueurs du soleil ou des heures représentées par des lignes ou des tirets, alors il avait ainsi mis dans son tableau tous les résultats obtenus avec l'Analemme de façon numérique. L'ensemble des tableaux ainsi obtenus pouvaient se mesurer avec l'ampleur des tableaux les plus grands de l'Almageste.

## VII. LE CARACTÈRE NOMOGRAPHIQUE DU PROCÉDE

Par une table de calcul graphique ou nomogramme, nous entendons un dessin composé de points et de lignes chiffrés ou non, dessin dont on peut tirer, souvent à l'aide d'un ou plusieurs appareils de lecture, pour n'importe quelles valeurs données des variables indépendantes, les valeurs de variables dépendantes qui leur sont attribuées de façon légales.

Nous pouvons désigner l'Analemme de *Ptolémée* comme une table de calcul graphique. Il se compose de lignes non subdivisées et d'autres qui sont pourvues de divisions, donc "échelles" pour les variables. Suite à l'inscription des 7 climats dans une échelle divisée d'après des degrés d'angle est même apparu une "double échelle"  $N\Xi$ . Les variables sont la hauteur du pôle, les heures du jour et les angles recherchés. Si l'on veut, la longueur variable du soleil est également représentée par un réseau serré, à savoir les diamètres des cercles parallèles dont seulement 4 on besoin d'être dessinés :  $\Delta E, O\Pi, P\Sigma, T\Upsilon$ .

Les valeurs des variables recherchées, particulièrement les 7 angles, seront trouvés non pas par le dessin, mais par des opérations de positionnement avec des appareils de mesure particulier, le compas et l'angle droit, deux appareils de mesure qui d'ailleurs trouvent également une utilisation dans la nomographie moderne. Des opérations, comme le positionnement du *Plastyma* dans la position  $o\Gamma p$  (tableau 1), où donc le sommet plus ou moins obtus du *Plastyma* doit être placé sur un point

<sup>1</sup> Alors que nous avons toujours dessiné entièrement le *Plastyma* pour les problèmes précédents, cela ne se produit plus pour ne pas surcharger la figure.

Γ de la table de base, eh bien de telle opérations on les critiquera bien sûr par souci de l'exactitude.

Aujourd'hui, on fabriquerait le *Plastyma* à partir d'une feuille transparente où un des côtés de l'angle droit est prolongé encore un peu au-delà du sommet. La nomographie moderne a également des analogies avec les lignes ou tirets que l'on peut insérer et effacer pour chaque hauteur spéciale du pôle (2e phase de la construction). De toute façon, de telles inscriptions provisoires sont aujourd'hui rarement plus que de simples lignes ou tirets.

Il faut remarquer le soin et l'adresse avec lesquels *Ptolémée* perçoit tous les avantages pratiques possibles. Taille et disposition des cercles, demi-cercles et divisions sont, dans la mesure où l'on peut en disposer librement, choisis de bonne façon. Il suffit de penser par exemple à l'emploi à 4 reprises de la division pour les climats ou bien à la répartition des demi-méridiens des deux côtés de l'Équateur qui est tombé de telle sorte que les échelles sur les demi-cercles et leurs diamètres se rapprochent le moins possible comme l'auteur le souligne expressément. Que l'on pense au fait que la table peut pivoter de 180° (en rapport avec notre sujet), une rotation qui transforme aussitôt un parallèle d'été en un parallèle d'hiver et qui préserve ainsi la table d'une surcharge d'échelles. Il faut avant tout faire attention au fait que *Ptolémée* a choisi et ordonné les opérations de lecture et que l'on peut faire d'un seul coup une série de détermination d'angles.

De la même façon que *Ptolémée* a introduit au début du traité un objet plus théorique, la notion de coordonnées avec la conscience de sa signification de fond, il introduit ici sciemment ses mises en ordre pratiques et en s'exprimant sur leur but. Ce faisant, il caractérise à nouveau son procédé par des dénominations de propriétés qui nous rappellent fortement celles avec lesquelles on recommande encore aujourd'hui les avantages des méthodes nomographiques. "Agréable" (εὐπρόριστος, 202, ligne 25, proprement dit : "facile à prouver"), "maniable" (ῥαδίως) c'est ainsi qu'il nomme son procédé. On pourrait facilement avoir des perpendiculaires en installant le *Plastyma*. Par comparaison avec le procédé numérique plus précis, il avance, comme nous l'avons vu, l'argument qui nous est familier encore aujourd'hui, que l'exactitude est suffisante pour le but pratique. Et quand il souligne que la table n'est pas tenue surchargée avec différentes constructions déroutantes, mais nue, alors cela fait penser que l'on loue le vide du "champ de bataille" sur les tables graduées modernes (*L. Bieberbach* utilise cette expression).

Qu'une terminologie nomographique spéciale ne s'est pas encore constituée cela se reconnaît peut-être probablement dès ses débuts. Ainsi, sous *σημειώσεις* (210, ligne 19) en entend la totalité des tirets sur les demi-cercles et diamètres concernés et l'on pourrait pour cette raison rendre ce mot directement par "Divisions" ou "Echelles" tout comme le mot "divisiones" utilisé ailleurs.

On ne parle pas expressément d'un chiffrage des tirets. On peut cependant considérer comme possible que les nombres ont été écrits aux traits de 10' (de 10° en 10°)

des divisions de 90°. Sinon, comment pourrait-on avoir les valeurs "promptas in numeris" (201, 24) ? Donner des chiffres aux points des heures sur les cercles parallèles et leurs diamètres se conçoit également aisément. Même si on ne les indiquait pas vraiment<sup>1</sup>, et bien les chiffres se trouveraient naturellement devant l'œil spirituel de l'observateur. On peut encore expliquer cependant "divisio eiusdem ordinis" (page 219, 25) directement comme le tiret avec le même chiffre. Sur le chiffrage des 4 échelles congruentes, on peut supposer quelque chose de semblable.

Pour établir les équations des échelles de fonctions apparaissant dans l'Analemme, sous la forme analytique habituelle de nos jours, nous dénommons comme précédemment la hauteur du pôle par  $\varphi$ , la déclinaison du soleil par  $\delta$  et son angle horaire par  $t$ . Ensuite, soit la longueur du soleil  $\lambda$ , et le nombre des heures au sens antique, c'est-à-dire le nombre qui indique combien de 6e de la demi-journée correspondante se sont écoulés, soit  $\tau$ . Si ensuite nous appelons  $d_0$  le demi-arc du jour du plus long jour pour une hauteur de pôle  $\varphi$ , alors, étant donné que les plus longs jours doivent durer 13, 13½, 14, ..., 16 heures,  $d_0$  prend successivement les valeurs : 97°30', 101°15', 105°, ..., 120°. Pour *Ptolémée*,  $\varphi$  (ou à sa place  $d_0$ , qui est une fonction évidente de  $\varphi$ ),  $\lambda$  et  $\tau$  sont des variables indépendantes. Si nous admettons avec *Ptolémée* l'inclinaison de l'écliptique = 23°50', alors on obtient pour le demi-arc du jour  $d_0$  du plus long jour, la formule :

$$\cos d_0 = -\tan \varphi \cdot \tan 23^\circ 50' \quad (17)$$

C'est par conséquent l'équation de l'échelle de climat contenue dans l'Analemme. Si on donne pour  $d_0$  et dans l'ordre les valeurs : 97°30', 101°15', 105°, ..., 120°, alors on obtient les valeurs de  $\varphi$  correspondantes ou il faut mettre les tirets des climats concernés.

Si nous prenons le diamètre  $\Gamma\Delta$  du méridien égal à 1, alors n'importe quel diamètre de cercle parallèle, par exemple  $O\Pi$  a la longueur  $2\cos\delta$ . Si *Ptolémée* avait divisé le demi-cercle parallèle d'après les heures équinoxiales  $t' = \frac{t}{15}$ , alors, sur chaque diamètre du cercle parallèle, on aurait eu une échelle de cosinus :

$$f(t') = \cos\delta \cos t = \cos\delta \cos 15t' \quad (18)$$

Dans cette expression, le facteur constant  $\cos\delta$  pour chaque diamètre de cercle parallèle ne signifie rien d'autre que la référence de l'échelle. Pour *Ptolémée* cependant sont valables au lieu de  $\delta$  et  $t$ , comme variable indépendante  $\lambda$  et  $\tau$  qu'il faut maintenant introduire en lieu et place de  $\delta$  et  $t$ . Nous le faisons à l'aide des 3 équations suivantes :

$$\sin \delta = \sin \lambda \cdot \sin 23^\circ 50' \quad (19)$$

$$t = d \left( \frac{1}{6} \tau - 1 \right) \quad (20)$$

$$\cos d = -\tan \varphi \cdot \tan \delta \quad (21)$$

<sup>1</sup> Sur les cadrans solaires des Anciens, les lignes des heures semblent être restées sans nombre. Comparer à ce sujet *Bilfinger*, *Ibid* pages 35-37.

Dans ces équations,  $d$  signifie le demi-arc de jour du jour de la déclinaison  $\delta$ . L'équation (20) relie l'angle horaire  $t$  avec le nombre  $\tau$  des heures antiques et il en résulte que pour  $\tau = 0$ , c'est-à-dire du lever au coucher du soleil, on doit avoir  $t = -d$  et pour  $\tau = 6$ , c'est-à-dire le midi,  $t = 0$ .

Si on exprime à partir de ces 3 équations en éliminant de  $d$  les valeurs  $\cos \delta$  et  $\cos t$  comme fonctions de  $\lambda$  et de  $\tau$  et si on insère en (2) les expressions obtenues, alors on obtient l'équation de la division par  $\tau$  valable pour le demi-arc de jour sur le diamètre du cercle parallèle.

$$f(\tau) = \sqrt{1 - \sin^2 \lambda \sin^2 23^\circ 50'} \cdot \cos \left[ \left( \frac{\tau}{6} - 1 \right) \cdot \arccos \frac{-\tan \varphi \sin \lambda \sin 23^\circ 50'}{\sqrt{1 - \sin^2 \lambda \sin^2 23^\circ 50'}} \right] \quad (22)$$

Dans cette équation, il faut insérer pour  $\lambda$  et  $\varphi$  les valeurs données comme constantes correspondantes et ensuite pour  $\tau$ , dans l'ordre, les valeurs 0, 1, 2, ..., 6.

Nous avons établi l'équation de l'échelle pour  $\tau$  un peu plus complète à cause de l'utilisation des heures antiques par pur formalisme pour indiquer au moins une fois, sous une forme compacte, l'équation avec les variables utilisées par *Ptolémée*. Pour le calcul point par point de l'échelle, on ne travaillerait bien entendu pas avec l'équation (22) mais on calculerait les valeurs de  $\delta$  et de  $t$  à partir de  $\varphi$ ,  $\lambda$  et  $\tau$  pour chaque point de l'échelle d'après les équations (19), (20) et (21) et on les insérerait dans l'équation (18).

L'équation d'échelle (22) est valable pour les points d'échelle situés au-dessus de l'horizon. Les autres point horaires deviennent comme chacun sait des points de jour si l'on tourne l'Analemme de  $180^\circ$  où le calcul de  $\delta$  doit être remplacé par  $-\delta$  ou bien  $\lambda$  doit être augmenté de  $180^\circ$ . Par conséquent, à l'équation (22) son arc supplémentaire prend la place de l'arccos.

Pour  $\lambda = 0^\circ$  et  $\lambda = 180^\circ$ , l'équation (22) se transforme en équation de l'échelle des sinus visible sur le diamètre de l'équateur.

$$f(\tau) = \cos(15^\circ \cdot \tau - 90^\circ) = \sin(15^\circ \cdot \tau) \quad (22a)$$

Alors que chez *Ptolémée*, la loi d'après laquelle les variables sont en relation s'exprime seulement de façon graphique par la structure et la méthode de lecture de l'Analemme, les mathématiques modernes exprime cette loi par une ou plusieurs équations. Vu que 7 variables apparaissent comme des inconnues, les calculs doivent pouvoir s'exprimer par 7 équations. Si nous considérons à côté de  $\varphi$ ,  $\delta$  et  $t$  comme variables indépendantes, alors nous avons les équations (10) à (16). Cependant, pour représenter les arcs recherchés comme fonctions des valeurs avec lesquelles *Ptolémée* entre dans sa table, on devrait introduire les variables  $\lambda$  et  $\tau$  à l'aide des équations (19), (20) et (21) à la place de  $\delta$  et  $t$  dans ces 7 équations. Ainsi nous obtiendrions les équations véritables (représentées par la table de calcul) entre les variables données et recherchées. Nous pourrions nous épargner l'exécution de ces substitutions vu que faire la liste des équations assez compliquées de façon compacte représente un intérêt formel tout au plus.

De façon stricte, nous devrions même remplacer  $\varphi$  par la durée  $d_0$  du plus long jour dans les équations et éga-

lement dans (22), donc introduire d'après (17) pour  $\varphi$  la fonction suivante :

$$\varphi = \arctan \frac{-\cos d_0}{\tan 23^\circ 50'} \quad (23)$$

Il existe évidemment une grande différence entre la table de calcul graphique de *Ptolémée* et un nomogramme moderne. Elle existe déjà par sa façon d'exister et la concision nécessaire ici de la présentation de *Ptolémée*. Elle est apparue par une reproduction représentative géométrique d'une forme spéciale consistant en des projections orthogonales et des rabattements. Cette figure a d'abord été utilisée pour la recherche graphique des éléments et ensuite *Ptolémée* a simplifié l'exécution des ces constructions géométriques en remplaçant le traçage véritable d'une partie des lignes par des pratiques nomographiques. Aujourd'hui on partirait de la formule à représenter que l'on peut "copier" d'après des méthodes de la géométrie analytique et synthétique de façon beaucoup plus diversifiée en faisant apparaître les variables sous la forme de foule de lignes ou de coordonnées et formés n'importe comment. Que l'on compare les nomogrammes que *M. d'Ocagne*<sup>1</sup> a présenté sous la forme de formules de la trigonométrie sphérique. Chez *Ptolémée*, on ne peut pas parler bien entendu de méthodes théoriques générales de la nomographie, mais seulement de pratiques nomographiques qui sont uniques en leur genre et isolées à ce qu'il semble si l'on pense à la nomographie au sens strict, aux authentiques tables de calcul en excluant les cadrans solaires. C'est la raison pour laquelle même l'Analemme de *Ptolémée* doit paraître incomplet si on le considère du point de vue des formes nomographiques modernes. Parmi les 4 variables présentes à l'origine dans chacune des 7 formules représentées, une, la hauteur de pôle  $\varphi$ , exige encore un dessin particulier de lignes et d'échelles de sorte que le nomogramme véritable ne le soit ensuite que pour 7 équations avec 3 variables à chaque fois. On pourrait ensuite abandonner le fait que les variables  $\delta$  et  $\tau$  ne peuvent avoir que peu de valeurs, mais l'utilisateur souhaiterait et aurait besoin uniquement de ces valeurs

<sup>1</sup> Bulletin Astronomique, XII, 1894, page 5. Voir aussi *M. d'Ocagne*, Traité de Nomographie, 2, Paris 1921, page 332-352.

pour les cadrans solaires. Un autre inconvénient c'est que chacune de ces variables  $\delta$  et  $\tau$  est représentée par deux systèmes. Si l'on voulait – ce qui cependant était loin de l'idée de *Ptolémée* – ériger le nomogramme pour des suites constantes de valeurs de  $\delta$  et  $\tau$ , il y aurait 2 réseau  $(\delta, \tau)$  dont l'un par dessus le marché serait de forme et de position très malheureuse. Nous aurions alors un "système en trop" que l'on cherche pourtant à éviter le plus possible. A cela, il faut ajouter que *Ptolémée* a besoin de deux appareils de lecture et de plusieurs positions pour chaque lecture. Mais on ne doit pas mettre de telles échelles modernes de façon bon marché à côté de ces méthodes primitives.

Qu'est-ce qui de façon plus naturelle conduit à des foules de points et de lignes chiffrées que l'astronomie dans laquelle le ciel mobile lui offre non seulement les variables, mais aussi la structure du nomogramme ? L'Analemme cachait en lui, essentiellement probablement par sa structure géométrique certes, mais aussi sûrement par l'aménagement particulier que *Ptolémée* lui a donné, cachait donc en lui matière à d'autres créations nomographiques. Ce serait un exercice exaltant mais énorme dépassant le cadre de ce travail que de rechercher comment la construction de l'Analemme s'est développée de l'ancien jusqu'au temps moderne, pas seulement dans les méthodes trigonométriques, mais aussi dans les méthodes graphiques et nomographiques. Comme le planisphère traité par *Ptolémée* – une projection de la sphère céleste sur le plan, et plus précisément une projection centrale – offre le fondement mathématique pour le nomogramme le plus répandu du moyen-âge, l'astrolabe<sup>1</sup> plan, et bien l'Analemme quant à lui dans l'Antiquité et plus tard jusque dans les temps nouveaux était la base pour la construction de cadrans solaires. Ces sont des objets de caractère complètement nomographique et ne se différencient des nomogrammes au sens strict que par le fait qu'ils sont insérés dans une position prescrite au système formé par l'horizon et le soleil mobile et qu'ils forment avec ce système d'une certaine manière, un énorme nomogramme spatial dans lequel le rayon solaire ou l'ombre prend le rôle "d'indicateur" de l'appareil de lecture. Les 49 tableaux numériques de *Ptolémée* n'auront probablement joué pratiquement aucun rôle lors de la construction des cadrans solaires. En tout cas, nous voyons comment par exemple *Commandinus* qui a joint à son édition méritoire de l'Analemme un livre sur la construction de cadrans solaires, extrait les arcs recherchés de l'Analemme, non pas de façon numérique mais de façon graphique, pour les explorer directement après en vue de la construction de cadrans solaires.

Lorsque, il y a quelques années et pour la première fois, j'attirais l'attention sur la parenté de la nomographie moderne avec l'ancienne gnomonique<sup>2</sup>, j'ai analysé

du point de vue des méthodes nomographiques les plus modernes le "Quadratum horarium generale"<sup>3</sup> un cadran solaire portable pour toutes les latitudes que nous rencontrons d'abord dans les calendriers de *Régiomontanus* et ensuite chez une série de gnomonistes du 16<sup>e</sup> et du 17<sup>e</sup> siècle. Cet instrument nomographique très adroitement composé uniquement d'échelle droites et de foules de droites chiffrées, instrument pour l'équation existant entre  $\varphi$ ,  $\delta$ , et  $t$  et la hauteur du pôle  $h$ , c'est-à-dire pour l'essentiel pour notre équation (10), épate comme performance d'autant plus que les mathématiciens plus âgés sans oublier *Clavius*, nous doivent encore la preuve de l'exactitude. Comment cette belle création a-t-elle bien pu être faite ? Je vois dans l'Analemme la clef de la réponse à cette question et j'espère pouvoir le prouver dans une future occasion.

Une autre construction que l'on peut ajouter naturellement à l'Analemme est le "cadran solaire analemme" ou apparaît de façon graphique la relation entre  $\varphi$ ,  $\delta$ ,  $t$  et l'azimut  $\alpha$ , donc pour l'essentiel, notre équation (11). Ce cadran a de toute manière, autant que je sache, toujours été conçu seulement pour une valeur constante de  $\varphi$ , si l'on renonce à une tentative pas très heureuse de généralisation de *De Lalande*<sup>4</sup>. Lorsque je les généralisais à n'importe quelle latitude<sup>5</sup>, je n'étais pas au courant que déjà *P. Weir*<sup>7</sup> avec une méthode de projection élémentaire avait trouvé la même représentation sous forme de nomogramme d'azimut pour des latitudes variables, un nomogramme d'azimut qui joue encore un rôle dans la marine aujourd'hui.

Marburg, Novembre 1926.

P. Luckey.

Traduction et composition pour *Cadran-Info* (revue de la Commission des Cadrans Solaires de la Société Astronomique de France) : MM. Dominique Collin et Claude Ségard.

(M. Claude Ségard est professeur d'allemand, Titulaire Remplaçant rattaché administrativement au CLG de Blériot, Zone de remplacement de Calais. mail. : claude.segard@france.com)

nomographie. Cahier d'enseignement pour les Mathématiques et les Sciences Naturelles. 29, pages 54-59, 1923, n° 5 et 6. M. D'Ocagne a présenté mes résultats concernant le Quadratum horarium générale dans son ouvrage : le calcul nomographique avant la nomographie, Annales de la Société Scientifique de Bruxelles, Volume jubilaire 1926, pages 55 à 66.

<sup>2</sup> Voir le traité paru depuis par *J. Drecker*, *ibid*, pages 93-96.

<sup>3</sup> *J. Drecker*, *ibid*, pages 98.

<sup>4</sup> *J.J. De Lalande*, Mémoires de l'Académie des Sciences 1757, pages 483-489.

<sup>5</sup> *P. Luckey*. Une boussole solaire. Revue pour les Mathématiques et l'enseignement des Sciences Naturelles, 52 (1921), pages 168-175.

<sup>7</sup> *P. Weir*. Theoretical Description of a New "Azimut Diagram". Proc. Roy. Soc. Edinb. 16 (1988-89), page 354 et suivantes. Voir à ce propos *H. Bell*, Note sur le diagramme d'azimut du Capitaine *Wier* et son anticipation d'un nomogramme triangulaire sphérique. Proc. Soc. Edinb., 36 (1915 à 1916), page 192 et suivantes.

<sup>1</sup> *P. Tannery*, Notes critiques sur le Traité de l'Astrolabe de *Philippin*, Mémoires scientifiques, IV, p. 241-260. Toulouse et Paris 1920.

<sup>2</sup> *P. Luckey*. À propos de l'histoire assez ancienne de la no-

⇒ Dans la version CDrom de Cadran Info vous trouverez en annexe: Le scan de " Astronomische Nachrichten" von P. Luckey



# Cadran sur cône de révolution

par Dominique Collin

*Cette étude expose le tracé d'un cadran solaire sur la surface d'un cône sous deux aspects pratiques qui n'ont pas encore vraiment été détaillés, quand bien même il existe une solution générale du tracé d'un tel cadran. Les deux cas envisagés sont les cas pathologiques rencontrés dans le cadre général théorique de la solution de ce type de cadran solaire.*

*La première étude concerne le cadran dont la base du cône droit géométrique est posé sur un plan horizontal. La deuxième étude porte sur la coupe conique : le cône repose sur son sommet en ayant sa base parallèle au plan horizontal.*

*L'originalité de ces cadrans réside dans la position du style : celui-ci est vertical et placé au sommet du cône, le long de son axe de révolution. Le formulaire mathématique permettant le tracé des lignes horaires et des arcs-diurnes est présenté d'abord en 3D puis ensuite en 2D sur la surface développée du cône.*

## Introduction

Voici une problématique que m'a récemment soumis M. J.M. Ansel<sup>1</sup> : "Dessiner un cadran solaire sur la surface d'un cône de révolution reposant sur sa base et muni en son sommet d'un gnomon vertical de longueur  $l$ ".

Une application pratique est l'installation d'un cadran solaire sur un rond-point dont la forme est assimilée en première approximation à un cône de caractéristiques :

- cône droit (l'axe de révolution est la verticale du lieu)
- base circulaire (on n'a accès qu'à la circonférence, celle du rond-point)
- très grand angle d'ouverture (pour un demi-angle au sommet  $\alpha$  on peut poser :  $70^\circ \leq \alpha < 90^\circ$ )
- le sommet du cône n'est pas forcément accessible, en ce sens que le cône peut très bien être tronqué (et généralement par un plan horizontal parallèle à la base)

La consultation du livre de Denis Savoie nous apprend qu'un chapitre entier est consacré au cadran conique. Il s'agit du chapitre XVI, pages 243-252, de la toute dernière édition revue et augmentée de "La Gnomonique" [Savoie]. Ce chapitre traite du cadran sur un cône de révolution posé sur sa base, et équipé d'un style droit horizontal placé à une certaine distance du sommet du cône... Cela concerne donc les cadrans inclinés et déclinants dont la table épouse celle d'un cône de révolution. Les exemples pratiques ne manquent pas : d'une cheminée conique à un pot de terre cuite (voir aussi l'étude et les réalisations de M. Dallet<sup>2</sup>). Cependant, après examen, nous n'y trouvons pas le problème soulevé par M. Ansel, qui se trouve être une singularité dans ce cas<sup>3</sup>.

Il est à signaler une autre étude sur les cadrans solaires coniques, bien plus ancienne, dont le style est placé au sommet [Mollet]. On trouvera cela dans la gnomonique graphique et analytique de Joseph

\* site web : <http://cadsolifrance.com/index.php>. Adresse électronique : [collin.dominique@tele2.fr](mailto:collin.dominique@tele2.fr)

<sup>1</sup>M. Ansel est membre de la commission des cadrans solaires de la société astronomique de France. La gnomonique est son métier, et est le concepteur de nombreux cadrans.

<sup>2</sup>M. Dallet est membre de la commission des cadrans solaires de la société astronomique de France et auteur du très complet logiciel de tracé de cadrans solaires : "Solarium". Les lecteurs intéressés peuvent télécharger le logiciel à partir du site web suivant : [http://ishoyovo.ons-lyon.fr/villago\\_este/cycles/cycle-3/cadrans\\_solaires/solarium/](http://ishoyovo.ons-lyon.fr/villago_este/cycles/cycle-3/cadrans_solaires/solarium/)

<sup>3</sup>Le cas du style placé au sommet du cône et le long de l'axe de révolution se trouve être exclue par l'approche vectorielle qui en est faite.

Mollet, édition de 1827, chapitre “*Formules pour tracer les lignes horaires*”, §II, section 15, pages 109–114. L’auteur entame d’emblée l’étude du cône droit géométrique en écrivant, je cite : “*Je passe à une surface courbe, la surface du cône circulaire. Ici il est visible que le style ne peut être guère placé qu’au sommet du cône, qui est en même temps le centre de la surface conique. Ce point doit donc être l’origine des coordonnées, (...)*”. Bien que cela soit décidé de façon plutôt expéditive, le style, exclusivement polaire, est d’emblée placé au sommet alors que le cas du style placé sur la surface du cône en un autre endroit est délibérément évacué. Il est clair que cela arrange considérablement les expressions analytiques mais n’arrange pas du tout le gnomoniste... Notre problème ne possède pas sa solution dans cet étude. Remarquons qu’après examen de la méthode, il n’existe pas de formule pratique ou une méthode simple et concrète pour tracer le cadran avec ses arcs diurnes. L’auteur se contente de faire tracer les lignes horaires depuis le sommet jusqu’aux différents points d’intersection de la circonférence de la base du cône avec les traces des plans horaires sur le plan horizontal<sup>4</sup>... Rien n’est dit sur le cas d’un style droit placé au sommet du cône.

Le plus simple alors est d’entreprendre l’étude de ce problème singulier. Je propose d’utiliser la géométrie analytique afin de fournir d’abord les coordonnées du point d’ombre en 3D, puis d’établir les coordonnées rectangulaires dans le plan développé du cône sans omettre l’aspect pratique et donc l’utilisation de coordonnées pseudo-polaires comme celles qui sont utilisées par M. Saviole dans “*La gnomonique*”<sup>5</sup>.

On résoudra le problème de M. Ansel dont le cadran à la forme d’un chapeau chinois, puis, pour être complet, on résoudra le cadran tracé à l’intérieur d’un cône (coupe conique). C’est ce modeste complément à l’étude du cadran solaire conique que vous trouverez ici détaillé<sup>6</sup>.

## 1 Cône reposant sur sa base (*chapeau chinois*)

### 1.1 Description et base analytique du problème

#### 1.1.1 Définition du repère

On se basera sur la figure de travail 1. Le repère tridimensionnel  $Oxyz$  est défini de la façon suivante :

- $Ox$  : axe horizontal, dirigé vers l’est,
- $Oy$  : axe horizontal, dirigé vers le nord,
- $Oz$  : axe vertical, dirigé vers le zénith.

Le plan  $Oxy$  est le plan horizontal sur lequel sera posé le cône dont la base sera centrée en  $O$ , centre du repère  $Oxyz$ . Le plan  $Oyz$  est le plan méridien du lieu, et le plan  $Oxz$  est le premier vertical.

#### 1.1.2 Le gnomon

Le style est le segment  $[SG]$  de longueur  $\ell$ .

Si le cône est épointé, le sommet laisse place à un petit disque de rayon  $S'K$  parallèle à la grande base, alors le style devient le segment  $[S'G]$ , ce qui imposera de connaître la longueur  $[S'S]$ , hauteur du tronc de cône enlevé.

#### 1.1.3 Le cône

Il s’agit d’un cône droit de hauteur  $OS$ , d’axe de révolution  $Oz$  et “posé” sur sa base circulaire de rayon  $R$ . Le demi-angle au sommet  $\alpha$  est l’angle  $\widehat{OSU}$ ,  $U$  étant l’intersection entre l’axe  $Ox$  et la base circulaire du cône.

La demi-droite  $[SU)$  est un profil générateur du cône. Comme on suppose que le gnomoniste peut se déplacer sur la surface du cône, on admettra que la longueur  $SU$  est connue, de même que le rayon  $R$  de la base circulaire du cône. Ces deux informations métriques nous suffisent à caractériser

<sup>4</sup>Voir le formulaire en page 111 de l’édition de 1827 : le calcul n’est pas aisé et il est supposé que le centre du cercle de la base du cône est accessible. Ce n’est pas le cas dans notre problème du rond-point.

<sup>5</sup>Concrètement : arpentage curviligne sur la surface du cône.

<sup>6</sup>J. Mollet ne présente pas de dessin de cadran sur un cône ou sur un patron de cône. La nouveauté de cette courte étude réside là.

le cône et même à en tracer le patron... Donnons ci-après quelques relations élémentaires entre les éléments caractéristiques du cône :

- $\omega = 360^\circ \times \frac{R}{SU}$ , est l'angle au centre du cône, en degrés, permettant ainsi de tracer le patron du cône,
- $\sin \alpha = \frac{R}{SU} = \frac{\omega}{360^\circ}$ , ce qui donnera le demi-angle au sommet du cône, paramètre intervenant dans les coordonnées du point d'ombre comme on le verra un peu plus loin,
- $OS = \sqrt{SU^2 - R^2}$ , ce qui donnera la hauteur du cône.

## 1.2 Ombre sur la surface du cône

Le cône et le gnomon étant installés dans le repère  $Oxyz$ , considérons maintenant, en un instant d'angle horaire vrai local  $t$ , le plan azimutal du soleil. Ce plan vertical contenant le soleil et le gnomon découpe sur la surface du cône la ligne  $SQ$  et trace sur le plan horizontal la ligne  $OQ$  marquant ainsi l'azimut du soleil dans ce repère.

Le rayon du soleil passant par l'extrémité  $G$  du gnomon, intercepte la surface du cône en  $P$  et par conséquent  $[SP]$  est l'ombre du gnomon  $[SG]$ <sup>7</sup>. Le point  $P$ , comme on peut le voir dessiné en figure 1, est le point d'ombre en un instant vrai  $t$ . Partant de là, le point  $P$  est sur un petit cercle  $C_P$  parallèle au plan horizontal  $oxy$ , de centre  $P_x$  situé sur l'axe  $Oz$  et de rayon  $r$ .  $P_x$ , projeté orthogonal de  $P$  sur l'axe  $Oz$ , a pour cote  $z$ .

On peut maintenant commencer à construire le modèle algébrique de ce cadran.

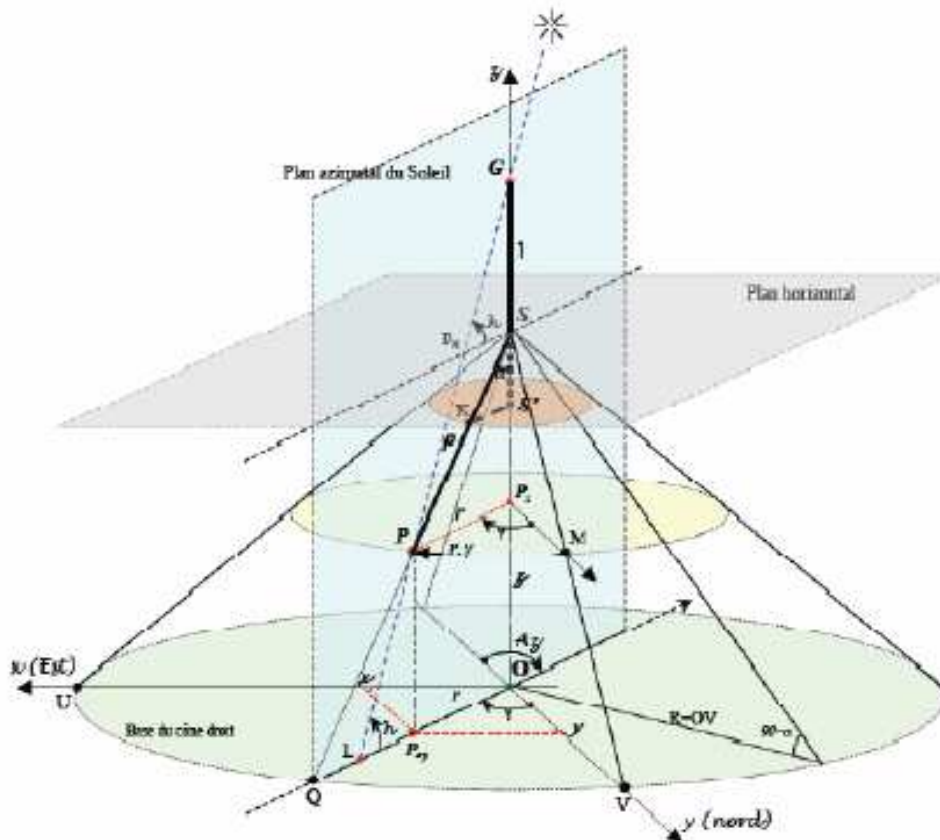


FIG. 1 – Figure de travail pour le cône droit ou "chapeau chinois".

<sup>7</sup>Si le cône est décalotté en  $S'$ , alors l'ombre utile se réduit au segment  $[KP]$ , et la longueur totale du gnomon devient  $S'P = S'S + \ell$ .

1.2.1 Formules 3D et longueur de l'ombre  $SP$

1.2.1.1 Coordonnées tridimensionnelles du point d'ombre. Des calculs relativement simples s'effectuent dans les triangles rectangles que l'on a fait apparaître dans la figure 1 grâce au plan azimutal du soleil dont une représentation est le plan  $OQG$  (partie grisée). On établit les coordonnées de  $P$  dans le repère  $Oxyz$  :

$$P \begin{cases} x = \ell \frac{\tan \alpha \sin Az}{\tan \alpha \tan h - 1} \\ y = \ell \frac{\tan \alpha \cos Az}{\tan \alpha \tan h - 1} \\ z = \ell \frac{1}{1 - \tan \alpha \tan h} + \frac{R}{\tan \alpha} \end{cases} \quad (1)$$

1.2.1.2 Rayon du petit cercle  $\mathcal{C}_P(P_z, r)$ . Le rayon  $r$  du petit cercle sur lequel se trouve le point d'ombre  $P$  est directement dépendant de la hauteur  $h$  du soleil (l'azimut n'intervient pas explicitement).

$$r = \frac{\ell \tan \alpha}{\tan \alpha \tan h - 1} \quad (2)$$

1.2.1.3 Longueur  $SP$ . Toujours en s'aidant de la figure 1, il apparaît clairement que  $SP = \sqrt{r^2 + P_z S^2}$ . Comme  $r = (OS - z) \tan \alpha$  et  $P_z S = OS - z$ , avec  $z$  donné en (1), alors on en tire par les règles ordinaires :

$$SP = \frac{\ell}{\sin \alpha \tan h - \cos \alpha} \quad (3)$$

C'est la longueur de l'ombre sur la surface du cône. On ne confondra pas  $SP$  avec une ligne horaire ; sans entrer dans le détail, les lignes horaires sont sections coniques...

1.2.2 Coordonnées dans le plan développé du cône

1.2.2.1 Construction du patron. Un aspect bien pratique du cône de révolution (seulement à petite échelle pour le gnomoniste !), vient du fait qu'il s'agit d'une surface réglée ; en d'autres termes, la surface du cône est développable dans le plan. Personne n'ignore ce qu'est le patron d'un cône : sur une feuille de papier Canson par exemple, découper un certain secteur angulaire d'un disque préalablement tracé et rejoindre les deux rayons ainsi apparent : le cône est formé. Utilisons cette propriété particulière pour effectuer le tracé de notre cadran solaire sur la surface du cône.

Dans un plan, placer un point  $S$  figurant le point commun des droites génératrices. C'est le centre du secteur circulaire  $aSb$  d'angle au centre  $\widehat{aSb} = \omega = 2\pi \sin \alpha$  et de rayon  $Sa = Sb = SU = SV$ , qu'il suffit de tracer (et de découper ultérieurement quand tous les points utiles auront été marqués...). C'est que décrit la figure 2.

1.2.2.2 Coordonnées polaires du point d'ombre  $P$ . Installons maintenant un système d'axes orthogonaux dans le patron du cône. Plaçons une demi-droite  $[SV)$  dont la direction coïncide avec celle de l'axe  $Oy$  (vers le nord)<sup>8</sup>. Placer une seconde demi-droite  $[SU)$ , perpendiculaire à la précédente, et dont la direction coïncide avec celle de l'axe  $Ox$  (vers l'est). Le plan polaire est alors complètement caractérisé. Les angles polaires seront comptés positivement depuis l'axe  $(SV)$  vers l'axe  $(SU)$ .

On repère le point d'ombre  $P$  par sa distance au sommet  $S$  et par l'angle orienté  $\widehat{VSP}$ , appelé argument de  $P$  et noté  $\theta$  (voir figure 2).

En un instant d'angle horaire vrai local  $t$ , on placera le point de coordonnées  $P(\rho; \theta)$  défini par :

$$P \begin{cases} \rho = \frac{\ell}{\sin \alpha \tan h - \cos \alpha} \\ \theta = Az \times \sin \alpha \end{cases} \quad (4)$$

<sup>8</sup>En pratique, on fera en sorte que la demi-droite  $[SV)$  soit la bissectrice du secteur angulaire  $aSb$  ; de cette façon l'ensemble des points  $P$  resteront dans la partie utile du secteur  $aSb$ .



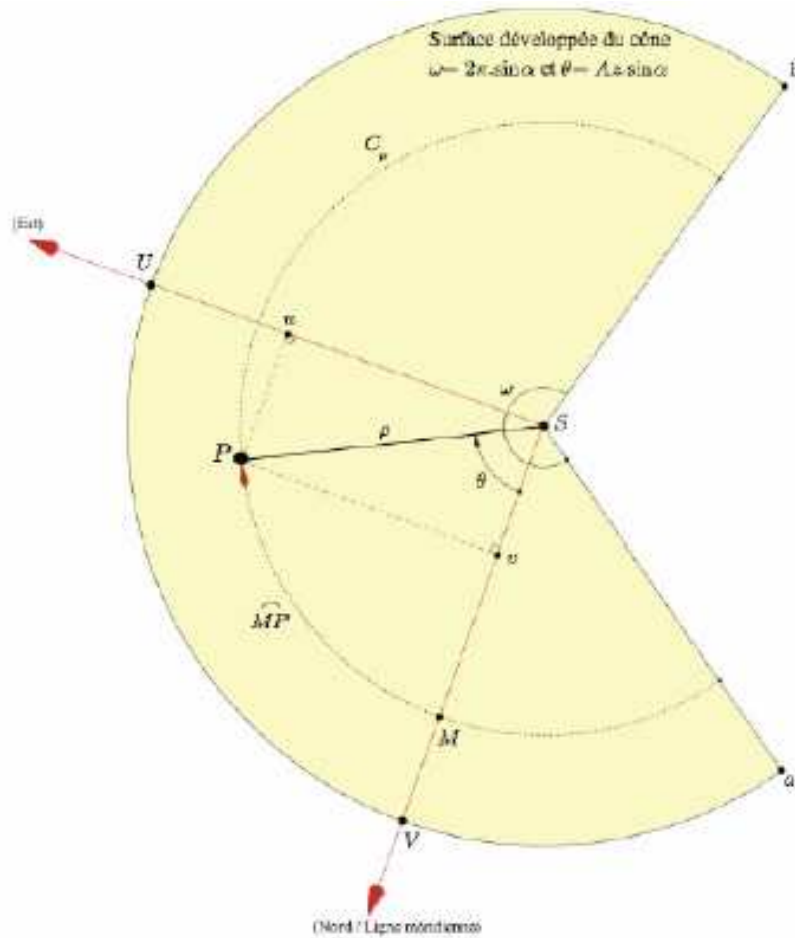


FIG. 2 – Coordonnées dans le plan polaire.

Avec  $0 < \rho \leq SU$  et  $\theta \in [0; \omega]$ , avec rappelés-le car c'est important, l'angle au centre a pour expression :  $\omega = 2\pi \cdot \sin \alpha$  (radians).

On observera dans la figure 1 que l'angle  $\gamma$  matérialisant le chemin parcouru jusqu'en  $P$  sur la surface du cône par le point méridien  $M$  le long du petit cercle  $C_P$ , est le même que l'angle utilisé par l'astronome pour repérer le soleil en coordonnées horizontales, comme l'est  $\gamma$  depuis le nord vers l'est. Mais attention, l'angle d'èdre  $\gamma$  n'est pas du tout le même angle que l'angle  $\theta$  qui se mesure entre  $[SV]$  et  $[SP]$  dans le plan développé du cône...

**1.2.2.3 Coordonnées cartésiennes dans le patron du cône.** En général un tableur ne permet pas de tracer une courbe directement en coordonnées polaires à partir d'un listing du couple de coordonnées  $(\rho, \theta)$ . Contournons cela par la transformation évidente entre les coordonnées polaires et les coordonnées cartésiennes. Dans le plan polaire  $SUV$  et pour  $P$ , appelons  $v$  la coordonnée associée mesurée sur l'axe  $[SV]$  et appelons  $u$  la coordonnée associée mesurée sur l'axe  $[SU]$  (Cf. figure 2). Alors le point  $P$  a pour coordonnées  $(u; v)$  :

$$P \begin{cases} u = \rho \sin \theta = \frac{\ell \sin(Az \sin \alpha)}{\sin \alpha \tan h - \cos \alpha} \\ v = \rho \cos \theta = \frac{\ell \cos(Az \sin \alpha)}{\sin \alpha \tan h - \cos \alpha} \end{cases} \quad (5)$$

On ne peut pas les exprimer sous les coordonnées horaires locales  $(t; \delta)$  car  $Az$  apparaît sous la forme très inhabituelle en gnomonique en  $\sin(Az \cdot \sin \alpha)$ , mais en utilisant un tableur en vu d'un tracé dans un repère orthogonal, on organisera les calculs suivant le schéma synoptique :  $(t; \delta) \rightarrow (h; Az) \rightarrow (u; v)$  (donc plus la peine de passer par le couple  $(\rho, \theta)$ ). Cela est nettement plus pratique, et une fois les

tracés utiles effectués, il ne restera ensuite qu'à découper puis envelopper le patron autour de  $S$  pour (re)construire le cône<sup>9</sup>... Cf. figures (3) et (4).

**1.2.2.4 Arpentage sur la surface du cadran.** Sur le terrain, de toute évidence, les coordonnées tridimensionnelles  $(x, y, z)$  de  $P$  ne seront pas du tout pratiques pour construire le cadran solaire (voyez [Mollet] par exemple).

Une partie des coordonnées polaires données en (4) semblent représenter la solution la plus vraisemblable pour le gnomoniste. Sur le cône même, celui-ci pourra reporter l'angle  $\gamma = Az$  comme s'il mesurait un cap, ou encore plus simplement, il reportera à l'aide d'un ruban gradué la longueur curviligne sur le chemin orientée depuis le nord vers l'est :  $MP = r\gamma^{\text{rad}} = r \times Az^\circ \times \frac{\pi}{180}$ , sous une distance au sommet constante équivalente à  $\rho$ ...

Les formules récapitulatives pour un report des données sur le terrain sont les suivantes :

$$P \begin{cases} \rho = \frac{\ell}{\sin \alpha \tan h - \cos \alpha} \\ MP = \rho \sin \alpha \times Az \times \frac{\pi}{180} = \frac{\ell \tan \alpha}{\tan \alpha \tan h - 1} \times Az \times \frac{\pi}{180} \end{cases} \quad (6)$$

Et de nouveau, on ne pourra pas exprimer directement les coordonnées polaires sous les coordonnées horaires locales, aussi, pour contourner cette difficulté, on se servira des formules de conversion entre les coordonnées horaires locales  $(t, \delta)$  et les coordonnées horizontales locales  $(h, Az)$  du soleil. On rappelle :

$$\begin{cases} \sin h &= \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t \\ \tan Az &= \frac{\sin t}{\sin \varphi \cos t - \cos \varphi \tan \delta} \end{cases} \quad (7)$$

(On n'oubliera pas que  $Az$  est de même signe que  $t$  dans l'extraction de l'azimut; sinon ajouter  $\pm 180^\circ$ .)

### 1.3 Exemples numériques

#### 1.3.1 Exemple 1

Soit un rond-point de 10 mètres de diamètre, avec un très grand angle au sommet ( $\alpha = 70^\circ$ ) et situé en un lieu de latitude  $\varphi = 43^\circ 43'$ , sur lequel on désire tracer un cadran solaire. On place en son sommet un style vertical de 1 mètre de longueur ( $\ell = 1$ ).

Cherchons les coordonnées de l'ombre à  $13^h$  de temps vrai à l'équinoxe d'automne; on a successivement<sup>10</sup> :

$t = 15^\circ$	Coordonnées 3D :	sur la surface du cône :
$\delta = 0^\circ$		
$h = 44,27784^\circ$	$x = 0,59152$ m	$SP = 1,74132$ m
$Az = 21,19222^\circ$	$y = 1,52564$ m	$MP = 0,60523$ m
	$z = 3,04414$ m	

Pour  $t = -30^\circ$  au solstice d'été ( $\delta = 23^\circ 26'$ ), on a :

$t = -30^\circ$	Coordonnées 3D :	sur la surface du cône :
$\delta = 23,43^\circ$		
$h = 58,11625^\circ$	$x = -0,69842$ m	$SP = 0,85571$ m
$Az = -60,29217^\circ$	$y = 0,39845$ m	$MP = -0,84616$ m
	$z = 3,34703$ m	

<sup>9</sup>En orientant ensuite la pente  $[SV]$  dans le plan du méridien avec  $V$  côté nord. Ce cas de construction ne conduit bien entendu qu'à une maquette de dimension restreinte, liée à la capacité d'effectuer le tracé complet sur un support matériel.

<sup>10</sup>On aura compris que les décimales sont parfaitement superflues et ne servent que de vérification numérique. Vu que le rayon de base du cône est relativement important, une précision de l'ordre du centimètre est déjà bien ambitieux mais concevable et donc le nombre de chiffres après la décimale ayant un sens par rapport à la capacité de mesure est limité à 2...

1.3.2 Test de validité – Châpeau chinois ↔ cadran horizontal

On peut se placer dans la situation extrême où  $\alpha = 90^\circ$  ; le cône n'existe plus et laisse place à un plan horizontal. Que deviennent alors les formules précédentes ?

Reprenons les coordonnées tridimensionnelles du point d'ombre  $P$  et passons au calcul des limites lorsque  $\alpha$  tend vers  $90^\circ$ . On obtient un point  $P_0(x_0, y_0, z_0)$ . Sans bafouer le formalisme mathématique, on peut écrire de façon plutôt expéditive :

$$\begin{aligned} \lim_{\alpha \rightarrow 90^\circ} (x) &= x_0 \\ \lim_{\alpha \rightarrow 90^\circ} (y) &= y_0 \\ \lim_{\alpha \rightarrow 90^\circ} (z) &= z_0 \end{aligned}$$

Soit donc après factorisation de  $\tan \alpha$  :

$$\begin{aligned} \lim_{\alpha \rightarrow 90^\circ} (x) &= \lim_{\alpha \rightarrow 90^\circ} \left( \frac{\ell \sin Az}{\left(\tan h - \frac{1}{\tan \alpha}\right)} \right) \\ \lim_{\alpha \rightarrow 90^\circ} (y) &= \lim_{\alpha \rightarrow 90^\circ} \left( \frac{\ell \cos Az}{\left(\tan h - \frac{1}{\tan \alpha}\right)} \right) \\ \lim_{\alpha \rightarrow 90^\circ} (z) &= 0 \end{aligned}$$

Or, on a bien évidemment :

$$\lim_{\alpha \rightarrow 90^\circ} \left( \frac{1}{\tan \alpha} \right) = 0$$

Ce qui donne pour les nouvelles coordonnées de  $P$  lorsque  $\alpha = 90^\circ$  :

$$P_0 \begin{cases} x_0 = \ell \frac{\sin Az}{\tan h} \\ y_0 = \ell \frac{\cos Az}{\tan h} \\ z_0 = 0 \end{cases} \quad (8)$$

On reconnaîtra là entièrement les coordonnées du point d'ombre d'un *cadran solaire horizontal* dont le gnomon est vertical placé en  $O$ , centre du repère.

La valeur extrême  $\alpha = 90^\circ$  permet de passer d'un cadran conique à un cadran horizontal, de même gnomon... Le cadran horizontal est un cas particulier du cadran conique ainsi étudié.

1.3.3 Calcul numérique dans le cas  $\alpha = 90^\circ$  – Exemple 2

Soit un cadran conique avec  $\alpha = 90^\circ$ , installé à une latitude  $\varphi = 44^\circ$ , ayant un style droit de longueur  $\ell = 10$  cm. Le cône n'existe plus en fait (le rayon de base  $R$  est infini), mais effectuons quand même les calculs avec le formulaire tridimensionnel (1).

Calculons les coordonnées de l'extrémité  $P$  de l'ombre pour  $t = 30^\circ$  et  $\delta = 23,44^\circ$  :

$t = 30^\circ$	Coordonnées de $P$ :	dans le plan développé :
$\delta = 23,44^\circ$		
$h = 57,98234^\circ$	$x = 5,410389$ cm	$u = 5,41039$ cm
$Az = 59,91120^\circ$	$y = 3,13488$ cm	$v = 3,13488$ cm
	$z = 2,49 \times 10^{-16}$ cm	

On trouve bien le fait que dans le cas où  $\alpha = 90^\circ$  les coordonnées cartésiennes  $(u, v)$  sont confondues avec les coordonnées  $(x, y, 0)$ . Les valeurs initiales de cette application numérique sont volontairement empruntées du livre de Denis Savoie, [Savoie] chapitre VIII-§2, page 137 (exemple 1). On trouvera exactement les mêmes résultats que pour un cadran horizontal.

Le formulaire développé ici a trouvé son terrain de validité et permis en quelque sorte une unification entre un cadran conique à base horizontale et à style vertical placé en son sommet, et un cadran horizontal classique à style droit.

## 1.4 Figures expérimentales

### 1.4.1 Dans le plan développé du cône (2D)

Les calculs précédents sont issus d'une feuille de calcul d'un tableur (Excel) laquelle donne aussi une représentation graphique des lignes sur le patron du cadran conique. Pour un meilleur rendu, il est utilisé MétaPost car celui-ci trace facilement à partir d'un fichier texte les lieux des points d'ombre  $P(u; v)$ . Ce sont ces graphiques que l'on trouvera ci-dessous : les trois premiers montrant ce qui se passe lorsqu'on augmente le demi-angle au sommet  $\alpha$  ( $60^\circ$ ,  $70^\circ$  et  $80^\circ$ ), les deux suivants pour un demi-angle au sommet fixé, ce qui se passe lorsqu'on fait varier la longueur du style droit ( $\ell = 0.5$  unité et  $\ell = 2$  unités).

- Dans la figure (a) :  $\alpha = 60^\circ$
- Dans la figure (b) :  $\alpha = 70^\circ$
- Dans la figure (c) :  $\alpha = 80^\circ$  (seul dans cette figure la courbe supérieure (nord) est le solstice d'été).

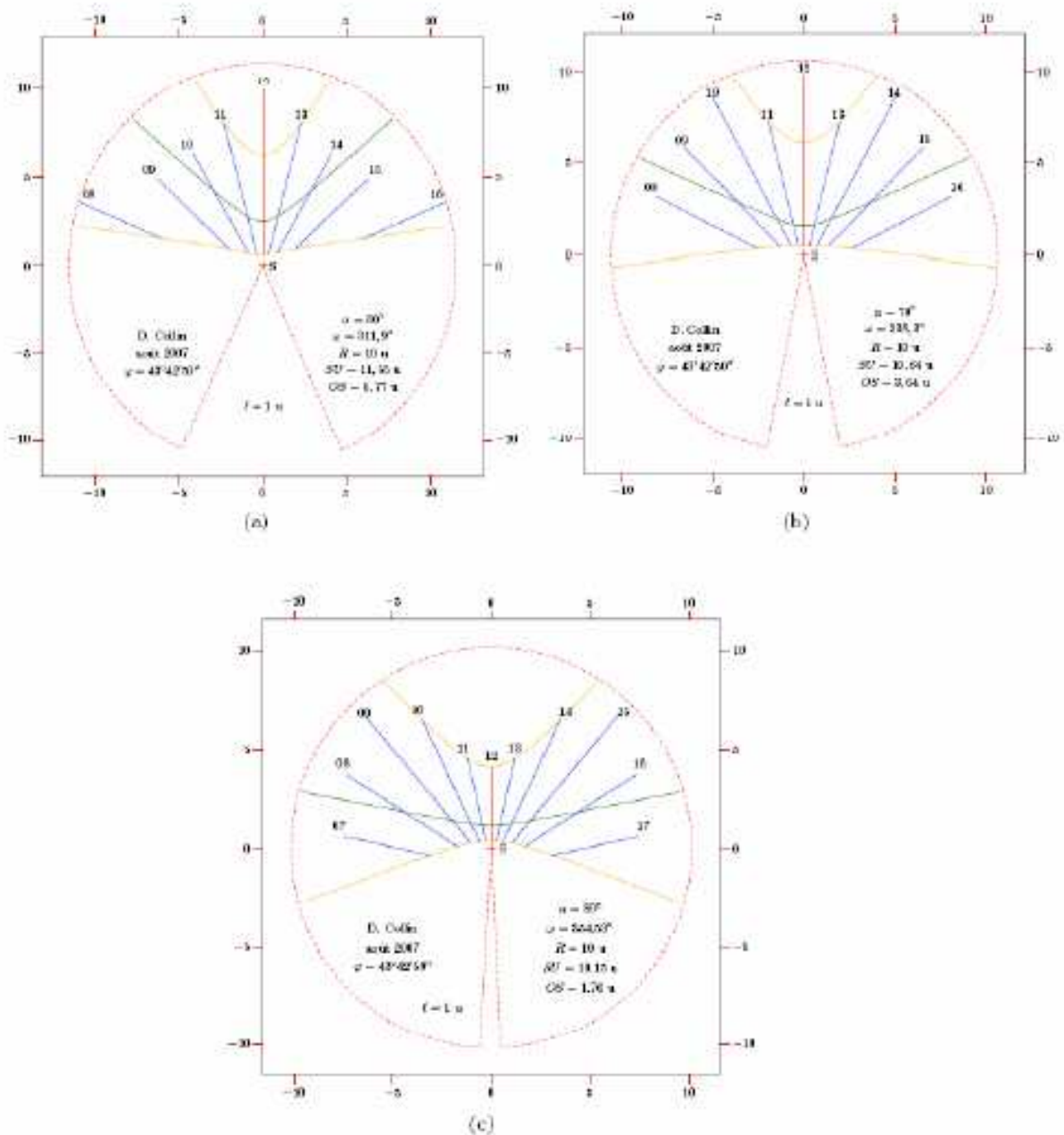


FIG. 3 – Variation du demi-angle au sommet  $\alpha$  du cadran conique

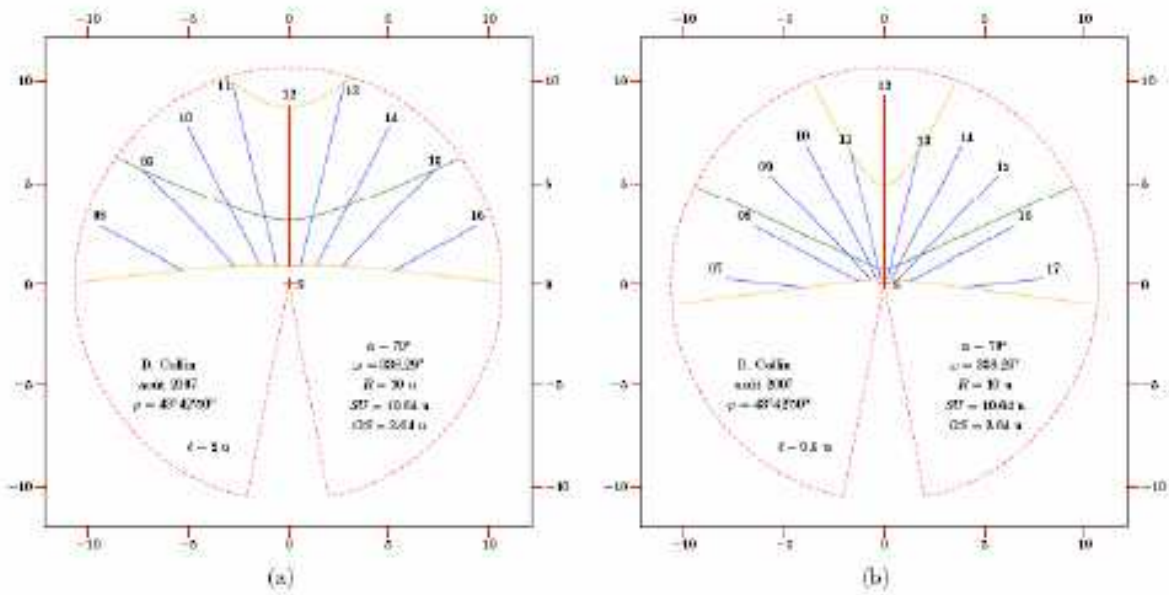


FIG. 4 – Variation de la longueur du gnomon; dans la figure (a) :  $\ell = 2$  unités et dans la figure (b) :  $\ell = 0,5$  unité.

#### 1.4.2 Vues en perspective (3D)

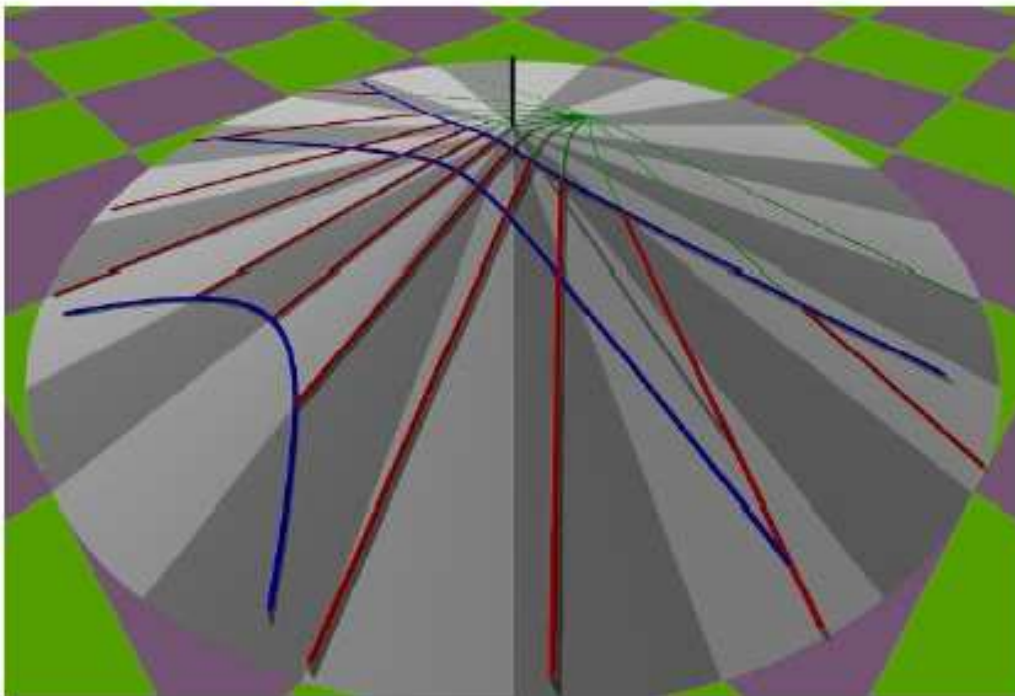
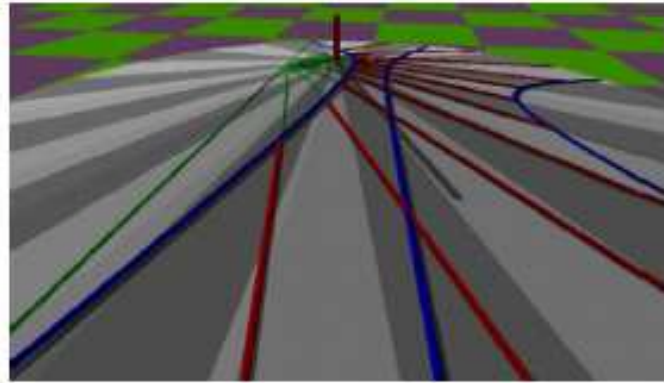
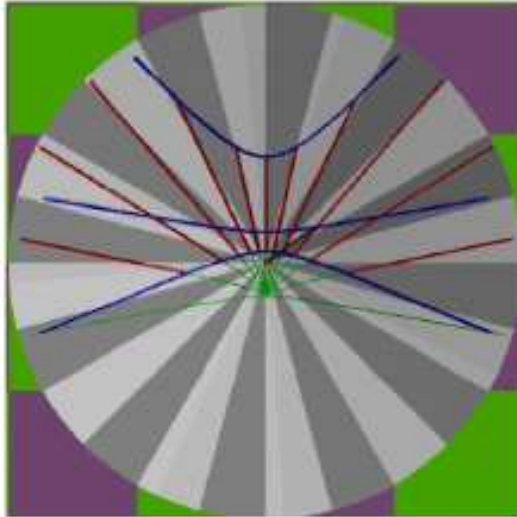


FIG. 5 – Visualisation sous Pov-Ray – Le style est placé au sommet; les lignes horaires sont en rouge, les arcs-diurnes en bleu (les deux solstices et les équinoxes). Le point de convergence des lignes horaires dessinés en vert, est le point d'intersection du style polaire associé au style droit sur la surface du cône.



▲ Fig. 7 – Dans cette vue, le cadran marque 16h30 de temps vrai.  
 ◀ Fig. 6 – Vue orthographique avec l'ombre du style prise à 15h aux équinoxes. Les caractéristiques du cône sont celles de la figure 3(c).

## 2 Cône reposant sur son sommet (*coupe conique*)

### 2.1 Introduction

Envisageons maintenant un autre problème qui est celui de tracer un cadran solaire à l'intérieur d'un cône.

Les figures suivantes représentent un exemple de ce type de cadran. Il s'agit d'une coupe conique en cuivre doré de 1602 réalisée par Markus Purmann [Rohr].



I -



II -

Ce cadran se trouve sous l'inventaire n°1905/1691, au Museumsinsel, 80538 München, Allemagne.

Différentes appellations peuvent être utilisées en ce qui concerne le cône droit renversé : cornet à glace, coupe de glace, coupe conique, verre conique, abat-jour de lampe, etc.. Les choix ne manquent pas. Voyons maintenant comment construire un tel cadran pour les lignes horaires et les arcs diurnes...

### 2.2 Description et base analytique du problème

#### 2.2.1 Définition du repère

On considérera exactement le même repère d'étude. Voir description en §1.1.1.

#### 2.2.2 Le gnomon

Le style  $[OG]$  passant par  $O$  et de longueur  $OG = \ell$ , sera placé sur l'axe de révolution du cône renversé, c'est-à-dire sur l'axe  $Oz$ .  $G$  peut être confondu avec  $S'$ , centre du cercle de la base délimitant la partie supérieure de la coupe conique.

### 2.2.3 Le cône

On retourne le cône étudié en première partie et on regarde à l'intérieur. On placera le sommet  $S$  en  $O$ , l'axe de révolution sur  $Oz$ . L'ouverture du cône vers le zénith sera l'angle  $2\alpha$ . La hauteur sera  $OS'$ . Le point  $S'$ , situé sur  $Oz$ , est le centre de la section du cône par un plan horizontal de hauteur  $OS'$ .

Après établissement des coordonnées tridimensionnelles du point d'ombre, on considérera les coordonnées dans le plan développé du cône, côté paroi intérieure.

### 2.3 Ombre sur la paroi intérieure du cône

Le cône et le gnomon étant installés dans le repère de travail  $Oxyz$ , considérons en un instant d'angle horaire vrai local  $t$ , le plan azimutal du soleil. Ce plan vertical, contenant le soleil et le gnomon, découpe sur la surface intérieure du cône la ligne  $OQ$ , où  $Q$  se trouve sur la circonférence de la base du cône (bord de la coupe conique).

Le rayon du soleil passant par l'extrémité  $G$  du gnomon, intercepte en  $P$  la paroi intérieure du cône et par conséquent le segment  $[OP]$  est l'ombre du gnomon. Le point  $P$ , comme on peut le voir dessiné en figure 8, est le point d'ombre. Partant de là, le point  $P$  est sur un petit cercle  $\mathcal{C}_P$  de rayon

$r$ , de centre  $P_z$  situé sur l'axe  $Oz$ , et parallèle au plan horizontal. Le centre  $P_z$  a pour cote  $z$ . La projection orthogonale de  $P$  sur le plan horizontal donne le point  $P_{xy}$  dont les coordonnées  $(x; y)$  sont celle de  $P$ .

On peut maintenant commencer à construire le modèle algébrique de ce cadran.

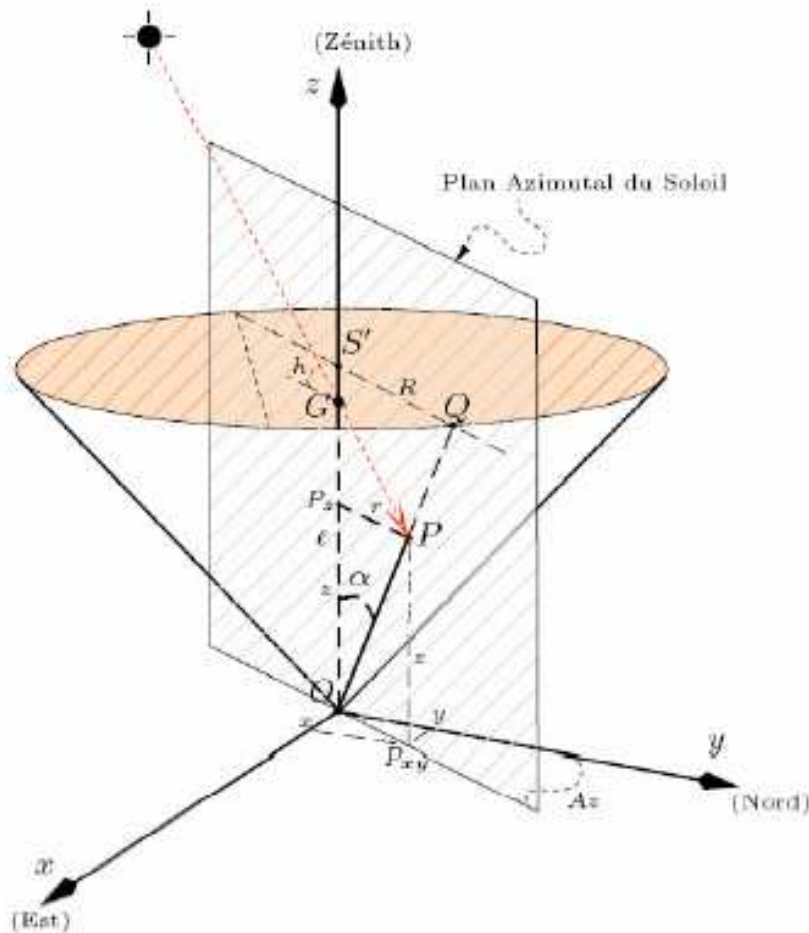


FIG. 8 – Figure de travail pour le cône droit renversé.

### 2.3.1 Résultats

2.3.1.1 Formules 3D. Des calculs relativement simples s'effectuent dans les triangles rectangles que l'on a fait apparaître dans les figures 8 et 9 grâce au plan azimutal dont une représentation grisée est le plan  $OS'Q$ .

Les coordonnées tridimensionnelles de  $P$  dans le repère  $Oxyz$  sont, en posant  $OG = \ell$  :

$$P \begin{cases} x = \ell \frac{\tan \alpha \sin Az}{1 + \tan \alpha \tan h} \\ y = \ell \frac{\tan \alpha \cos Az}{1 + \tan \alpha \tan h} \\ z = \ell \frac{1}{1 + \tan \alpha \tan h} \end{cases} \quad (9)$$

2.3.1.2 Rayon du petit cercle  $\mathcal{C}_P(P_x, r)$ . Le rayon  $r$  du petit cercle (non dessiné en figure 8) sur lequel se trouve le point d'ombre  $P$  est directement dépendant de la hauteur  $h$  du soleil (l'azimut

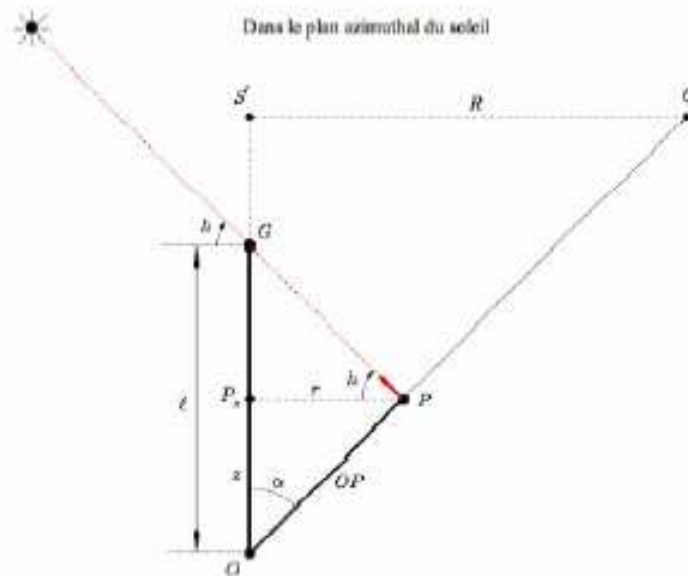


FIG. 9 – Section du cône par le plan azimutal du soleil.

n'intervenant pas explicitement).

$$r = \frac{\ell \tan \alpha}{1 + \tan \alpha \tan h} \quad (10)$$

2.3.1.3 Longueur de l'ombre. D'après la figure 9, il apparaît clairement que  $OP = \sqrt{r^2 + z^2}$ . Comme  $r = z \tan \alpha$ , il vient après une simple substitution :

$$OP = \frac{z}{\cos \alpha} = \frac{\ell}{\cos \alpha + \sin \alpha \tan h} \quad (11)$$

C'est la longueur de l'ombre le long de la paroi intérieure du cône droit renversé. Pour le calcul de  $z$ , prendre simplement l'expression qui se trouve dans (9) : elle ne dépend que de la variable  $h$ , et de deux paramètres géométriques  $\alpha$  et  $\ell$ .



2.3.2 Coordonnées dans le plan développé du cône

2.3.2.1 Coordonnées polaires de  $P$ . La figure 10 représente le patron du cône droit renversé. On utilise exactement les mêmes conventions d'écriture que dans la première étude.  $\omega = 2\pi \cdot \sin \alpha$  est l'angle total d'ouverture du patron du cône qui se trouve être le secteur circulaire  $aOb$  de rayon  $OV = \frac{r}{\sin \alpha}$ . La longueur  $OP = \rho$  est la distance du point d'ombre au centre du patron du cône,  $\theta$  est l'angle que fait la ligne  $OQ$  avec le méridien  $OV$  (argument de  $P$  orienté du nord vers l'est). Dans ces conditions ainsi décrites, les coordonnées polaires  $(\rho, \theta)$  de  $P$  s'écrivent :

$$P \begin{cases} \rho = \frac{\ell}{\sin \alpha \tan h + \cos \alpha} \\ \theta = Az \times \sin \alpha \end{cases} \quad (12)$$

2.3.2.2 Coordonnées cartésiennes de  $P$ . Pour un tracé plus facile du cadran dans le plan développé du cône, on préférera l'utilisation de coordonnées cartésiennes. En conservant exactement la même définition qui a été faite sur le repère cartésien  $OVU$ , les coordonnées  $(u; v)$  du point

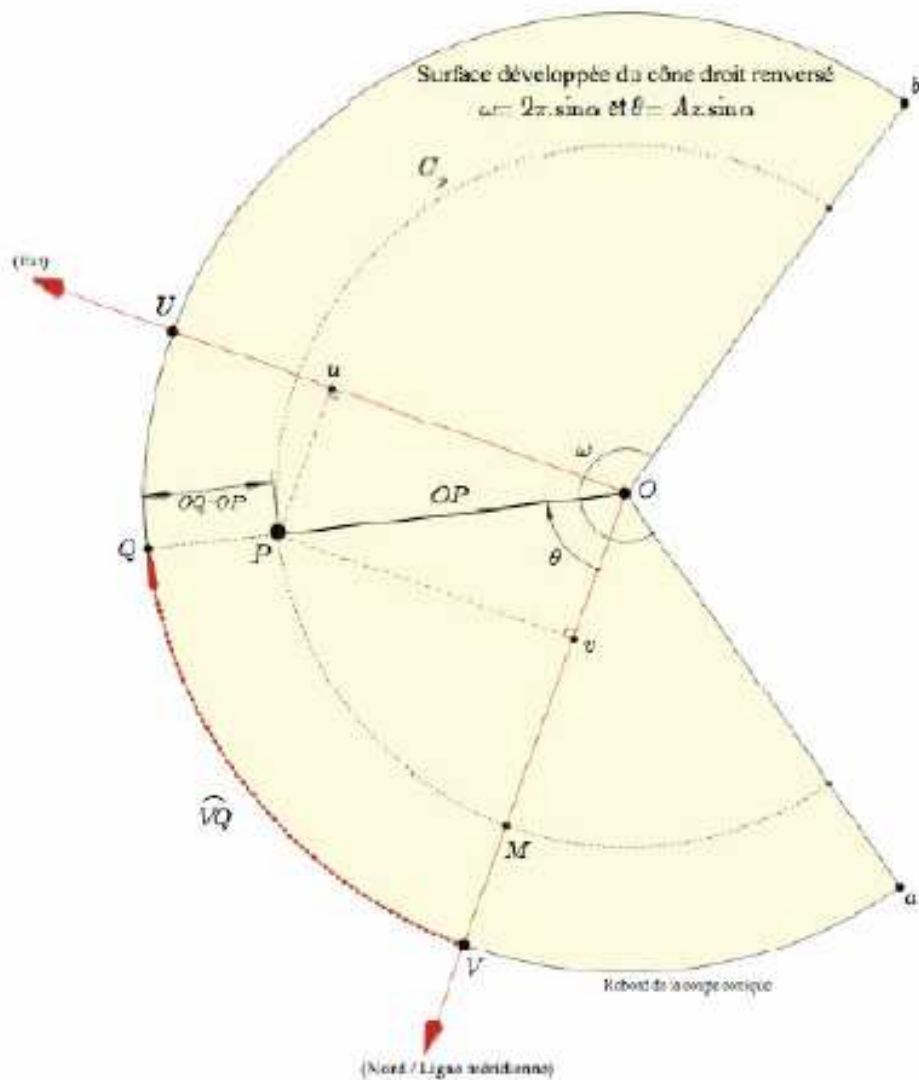


FIG. 10 – Surface développée du cône droit renversé.

d'ombre  $P$  s'expriment de la façon suivante :

$$P \begin{cases} u = \rho \sin \theta = \frac{\ell \sin(Az \sin \alpha)}{\sin \alpha \tan h + \cos \alpha} \\ v = \rho \cos \theta = \frac{\ell \cos(Az \sin \alpha)}{\sin \alpha \tan h + \cos \alpha} \end{cases} \quad (13)$$

Ce sont ces expressions qui seront utilisées pour effectuer les tracés représentés en figure 11.

**2.3.2.3 Arpentage sur la paroi intérieure du cône.** Si la réalisation du patron d'un cône est difficile en raison du matériau utilisé et du soin que cela demande (voir les figures 2.1), ou encore parce que le cône droit renversé est déjà réalisé et que l'on souhaite y graver les lignes d'un cadran solaire, le gnomoniste n'aura pas d'autre recours que de passer aux coordonnées point par point. Or, dans un tel cas, le centre du cône est rarement accessible, et il devient très difficile de reporter correctement les coordonnées précédentes. Le plus naturel est d'utiliser la circonférence de la base, c'est-à-dire le bord de la coupe conique, de partir du méridien  $OV$  et de reporter à l'aide d'un ruban gradué la distance correspondant au chemin parcouru  $VQ$  le long de la circonférence, puis de reporter la distance  $QP$  depuis le bord du cône, le long de la génératrice  $OQ$ . Cet arpentage sur la paroi intérieure du cône de résumé avec les formules donnant la position de  $P$  :

$$P \begin{cases} QP = \frac{R}{\sin \alpha} - \rho \\ VQ = R \times Az^{rad} = R \times \frac{\pi}{180} \times Az^{\circ} \end{cases} \quad (14)$$

## 2.4 Exemples numériques

### 2.4.1 Exemple 1

Considérons une coupe conique ( $\alpha = 25^\circ$ ) de 12 centimètres de hauteur, à l'intérieur de laquelle on désire tracer un cadran solaire. Elle est située en un lieu de latitude  $\varphi = 43,73842^\circ\text{N}$ , et de longitude  $\lambda = 7,23263^\circ\text{E}$ . On place à l'intérieur de la coupe un style vertical de 12 centimètres de longueur ( $\ell = 12$  cm).

Cherchons les coordonnées de l'ombre à  $15^h$  de temps vrai à l'équinoxe de printemps ; on a successivement :

$t = 15^\circ$	Coordonnées 3D :	sur la paroi intérieure de la coupe :
$\delta = 0^\circ$		
$h = 30,72295^\circ$	$x = 3,60400$ cm	$\rho = 10,36745$ cm
$Az = 55,34130^\circ$	$y = -2,49169$ cm	$u = 4,11546$ cm
	$z = 9,39610$ cm	$v = 9,51562$ cm

### 2.4.2 Test de validité – Coupe conique $\leftrightarrow$ cadran horizontal

On peut effectuer la même démarche qui consiste à envisager la situation extrême où  $\alpha = 90^\circ$ . La coupe conique s'ouvre à mesure que  $\alpha$  augmente, pour prendre la forme d'une vasque et, à l'extrême, prendre celle d'un plan horizontal.

Le même raisonnement déjà décrit au §1.3.2 conduira aux coordonnées du point d'ombre  $P_0$ , position limite prise par le point d'ombre sur la surface du cône lorsque  $\alpha$  tend vers  $90^\circ$ . On vérifie aisément que l'on obtient les coordonnées du point d'ombre d'un cadran horizontal (relations données en (8)), justifiant ainsi les expressions utilisées.

## 2.5 Figures

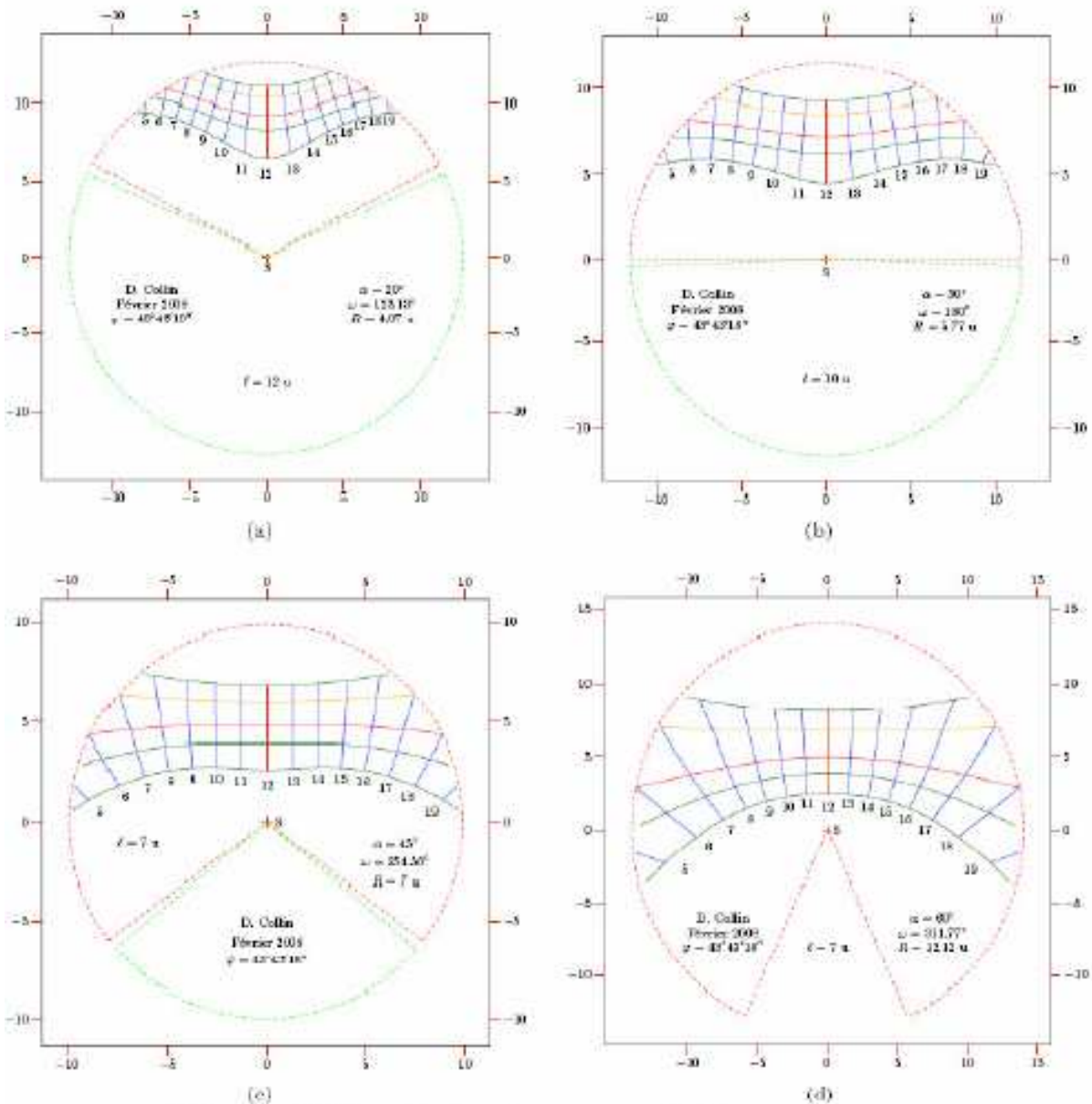
### 2.5.1 Dans le plan développé du cône (2D)

Les figures ci-après ont été réalisées sous Métapost. Les secteurs circulaires représentent les différents patrons de la paroi intérieure de la coupe conique. Les différentes courbes sont les tracés des arcs-diurnes et des lignes horaires du cadran solaire ; le gnomon de hauteur  $\ell$  est placé en  $S$  sur l'axe de révolution vertical du cône.

On découpera le secteur circulaire et on l'enroulera autour de  $S$  pour coller les bords. La coupe conique est ainsi réalisée. Le style sera placé à l'intérieur et sur l'axe de révolution du cône et devra avoir la même hauteur que celui-ci.

- dans la figure (a) :  $\alpha = 20^\circ$ ,  $\ell = 12u$
- dans la figure (b) :  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\ell = 10u$
- dans la figure (c) :  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\ell = 7u$
- dans la figure (d) :  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\ell = 7u$ .

On regardera avec profit le fichier réalisé sous le tableur *Excel* proposant les représentations des tracés des lignes horaires et des arcs-diurnes sur la surface développée du cône. La modification des paramètres est immédiate comme le tracé général qui en résulte... J'invite le lecteur à consulter le fichier joint à cet article : *Cadran\_sur\_un\_cône\_droit-Style\_centré\_SAF-CCS.xls*<sup>11</sup>.

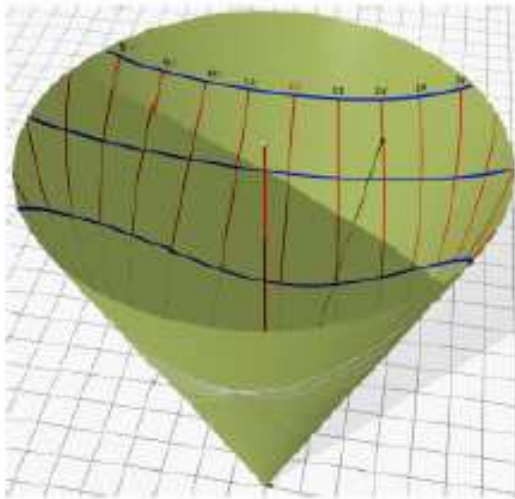


\*. Fig. 11 – Variation du demi-angle au sommet de la coupe conique

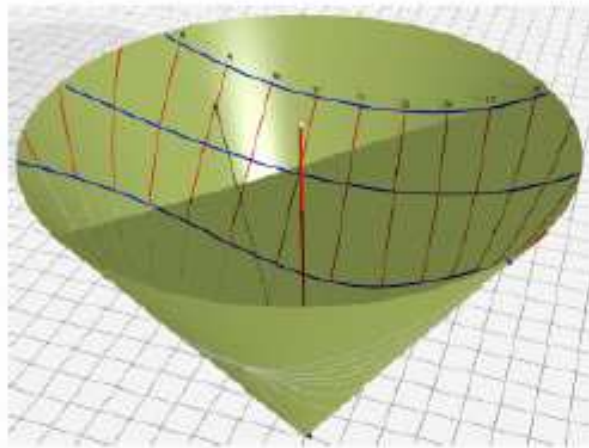
<sup>11</sup>Le fichier est complet pour les lignes classiques, cependant j'invite le lecteur à le compléter par exemple en intégrant au tracé les lignes horaires Italiques et Babyloniennes, ou encore les lignes horaires temporaires et les lignes horaires sidérales.

### 2.5.2 Vues en perspective (3D)

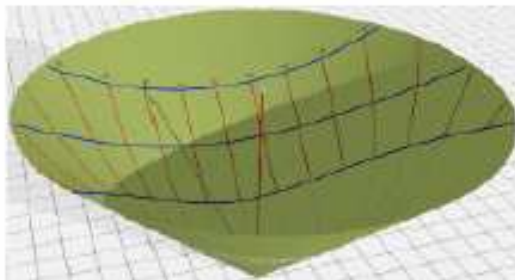
Les figures suivantes sont des vues réalisées sous Pov-Ray. Le style, terminé par une boule pour une meilleure visibilité, est placé sur l'axe de révolution du cône droit renversé, et est de même hauteur que le cône. Il est proposé les quatre coupes coniques dont les patrons ont été précédemment dessinés ( $\alpha = 20^\circ$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\alpha = 45^\circ$  et  $\alpha = 60^\circ$ ) et une coupe très ouverte ( $\alpha = 80^\circ$ ), montrant de façon heuristique que les motifs graphiques tendent vers le cadran horizontal.



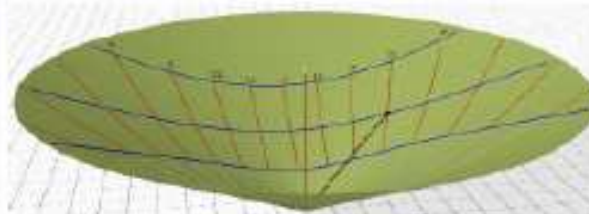
(a) Caractéristique de la coupe :  $\alpha = 20^\circ$ , hauteur du style :  $12u$ . L'ombre du style sur la paroi intérieure marque  $14^h$  de temps vrai.



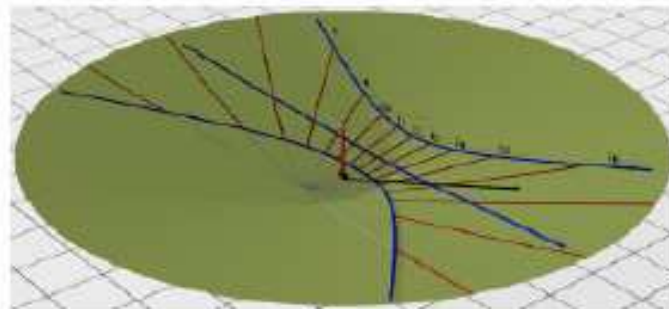
(b) Caractéristique de la coupe :  $\alpha = 30^\circ$ , hauteur du style :  $10u$ . L'ombre du style sur la paroi intérieure marque  $9^h$  de temps vrai.



(c) Caractéristique de la coupe :  $\alpha = 45^\circ$ , hauteur du style :  $7u$ . L'ombre du style sur la paroi intérieure marque  $9^h$  de temps vrai au solstice d'hiver.



(d) Caractéristique de la coupe :  $\alpha = 60^\circ$ , hauteur du style :  $5u$ . L'ombre du style marque  $15^h$  de temps vrai à l'équinoxe.



(e) Caractéristique de la coupe :  $\alpha = 80^\circ$ , hauteur du style :  $2u$ . L'ombre du style marque  $16^h30'$  de temps vrai.

FIG. 12 – Quelques exemples en 3D du tracé d'un cadran solaire sur une "coupe conique".

### Références

[Mollet] Joseph Mollet, *Gnomonique graphique ou méthode simple et facile pour tracer les cadrans solaires sur toute sorte de plans, en ne faisant usage que de la règle et du compas, suivie de la Gnomonique analytique, ou solution par la seule analyse, de ce problème général : "Trouver les intersections des cercles horaires avec une surface donnée"*, 3e édition, Paris, Bachelier, 1827. La 4e édition (1837) de cet ouvrage est disponible et téléchargeable sur le site web de Google-Book. Il est également dans la "bibliothèque virtuelle" de notre commission (voir Cadran Info N°17).

[Rayet] G. RAYET , *Les cadrans solaires coniques*, Annales de Chimie et de Physique, 5e série, tome VI, p.52–86, Septembre 1875.

[Rohr] René R.J. Rohr, *Les Cadrans Solaires*, éd. Oberlin, 1986.

[Savoie] Denis Savoie, *La Gnomonique*, Nouvelle édition revue et augmentée, éd. Les Belles Lettres, 2007.

### Iconographie

Les photographies et les dessins non mentionnés sont de l'auteur.


- I– [Rohr]. Illustration extraite de la page 21. Bayerische Versicherungskammer, Munich.
- II – Bechersonenuhr von Markus Purmann von 1602. Inventaire Nr. : 1905/1681. Deutsches Museum, Museumsinsel 1, 80538 München, Allemagne. (photo extraite du site web : <http://www.deutsches-museum.de/sammlungen/ausgewahlte-objekte/meisterwerke-v/sonnenuhren/#Top>)
- Figures (5), (6) et (7) – Images générées par le logiciel Pov-Ray. Le fichier source a été rédigé, testé et fourni gracieusement par M. Baillet.

### Conclusion

Cette petite étude assez détaillée et centrée seulement sur la façon de reporter les coordonnées du point d'ombre sur la surface volumique du cône droit géométrique, permet de compléter l'étude très générale de M. D. Savoie sur ce type de cadran.

Une partie des références les plus courantes sont listées dans la bibliographie, et offrent le matériel essentiel de ce qui se fait sur le cadran conique. Le lecteur peut donc approfondir à son gré toutes les variations qu'offre la géométrie de ce cadran sans oublier la possibilité d'intégrer toutes les autres espèces d'informations qu'un cadran solaire est capable de fournir. En attendant, le pédagogue (professeur des écoles par exemple), peut se servir du procédé qui est décrit ici et qui consiste à arpenter une surface délimitant un volume, ou encore, pour lancer des pistes de travail et de recherche, faire construire des développés du cône et faire découvrir ce que deviennent les objets mathématiques fondamentaux comme le segment, la droite, le cercle, lorsque l'on passe du patron à la surface réglée et vice-versa. Le cadran solaire conique offre, grâce au mouvement diurne et par l'intermédiaire de l'ombre d'un style, un étonnant et ludique tremplin vers l'expérimentation et la découverte de quelques propriétés géométriques élémentaires...

Dominique Collin Nice, sept. 2007

⇒  **Dans la version CDrom de Cadran Info vous trouverez en annexe:** le texte en PDF ainsi que les schémas avec les feuilles de calculs correspondantes sur Excel.

\*\*\*\*\*



## Gnomonique & arithmétique temporelle

par Dominique Collin

*Ce petit opuscule regroupe différentes expressions littérales existant entre le Temps Solaire Vrai Local, le Temps Solaire Moyen Local, le Temps Universel, l'heure légale en France, l'heure Babylonique, l'heure Italique, les heures de Lever et de Coucher du soleil, et enfin la durée du jour. Après de brefs rappels des définitions, on liste les relations les plus utiles pour l'observateur du temps vrai. Quelques exemples numériques illustrent l'emploi qui peut être fait de ces formules...*

### I. DEFINITIONS ET NOTATIONS

#### A. Définitions usuelles

– Le **Temps solaire Vrai Local** est l'angle horaire du centre du soleil.

Ce temps est accessible à l'observation : il s'obtient, par exemple<sup>1</sup>, directement par lecture de l'heure marquée sur un cadran solaire. Il est 0<sup>h</sup> de temps solaire vrai local lorsque le soleil passe au méridien du lieu. Ce temps n'est pas uniforme, et ne peut être conservé à l'aide d'une horloge<sup>2</sup> par exemple, puisqu'il ne croît pas comme une fonction linéaire du temps...

– Le **Temps Solaire Moyen Local** est le Temps Solaire Vrai Local corrigé de ces inégalités. Le temps solaire moyen local échappe à l'observation directe et sa détermination impose le calcul préalable de la somme des inégalités dont le temps solaire vrai est affecté ; cette somme est appelée Équation du temps<sup>3</sup>.

– Le **Temps Universel** se définit comme le temps solaire moyen à Greenwich augmenté de 12 heures. C'est dans la recherche de l'unification de l'heure à l'intérieur d'un pays puis à travers le monde qu'ont été définis les fuseaux horaires et donc le choix d'un méridien de référence (Greenwich) par la définition d'un temps universel.

– Le **Temps Légal en France**. La France a adopté le Temps Universel par la loi du 9 mars 1911 (en remplacement du temps moyen de Paris réglé par la loi du 15 mars 1891), puis a institué depuis 1976, d'ajouter une heure en hiver et deux heures en été.

Ainsi, à partir de l'observation d'un temps solaire vrai local, on peut obtenir l'heure légale en vigueur en France. L'accès n'est pas immédiat cependant : il faut tenir compte de l'Équation du temps, de la longitude du lieu d'observation et de la règle du changement d'heure en hiver et en été...

– **L'heure Babylonique** est le temps solaire vrai écoulé depuis le lever du soleil. Il est 0<sup>h</sup> Babylonique au lever du soleil, et 24<sup>h</sup> Babylonique au prochain lever de soleil.

– **L'heure Italique** est le temps solaire vrai écoulé depuis le précédent coucher du soleil. Ou encore, retiré à 24<sup>h</sup>, elle exprime la durée restant avant le prochain coucher du soleil. Il est 0<sup>h</sup>

<sup>1</sup> D'autres méthodes bien plus perfectionnées et précises existent. L'instrument clef d'une telle observation est la Lunette Méridienne.

<sup>2</sup> Ce n'est plus exact de nos jours. Les Horlogers sont parvenus à construire des horloges dites à équations et maintenant des montres, où un mécanisme intègre l'équation du temps permettant la lecture du temps vrai.

<sup>3</sup> L'équation du temps permet de rendre "uniforme" en quelque sorte le temps solaire vrai local.

italique au précédent coucher de soleil, et il est 24<sup>h</sup> italique au prochain coucher de soleil. On suppose donc que la durée d'un jour solaire vrai<sup>4</sup> est de 24<sup>h</sup>.

– La **durée du jour** (temps d'ensoleillement total en un lieu donné) est, en temps vrai, le temps écoulé entre le lever et le coucher du soleil.

– **L'heure vrai du lever** du soleil est l'instant où  $h = 0^\circ$ , avant le passage au méridien<sup>5</sup>.

– **L'heure vrai du coucher** du soleil est l'instant où  $h = 0^\circ$ , après le passage au méridien.

## B. Notations

On utilisera conventionnellement les écritures suivantes pour désigner les différents temps :

<b>H</b> = Temps Solaire Vrai Local	<b>L</b> = heure vrai du lever du soleil
<b>B</b> = Heure Babylonique	<b>C</b> = heure vrai du coucher du soleil
<b>I</b> = Heure Italique	<b>H<sub>m</sub></b> = Temps Solaire Moyen Local
<b>i</b> = temps restant jusqu'au coucher du soleil	<b>Tlg</b> = Temps Légal en vigueur en France
<b>DJ</b> = Durée du Jour vrai	<b>TU</b> = Temps Universel.

Pour les notations des éléments complémentaires :

–  $\lambda$  = Longitude du lieu d'observation. Positive à l'ouest, négative à l'est du méridien de Greenwich. Elle sera convertie au préalable en heures, minutes et secondes de temps.

– **Eq** = Équation du temps (exprimée en minutes et secondes de temps). Attention, on adoptera la valeur française pour l'Équation du temps (et non la convention anglaise qui consiste à prendre le signe opposé).

## II. FORMULES

### A. Temps solaire Vrai Local

C'est l'angle horaire vrai du centre du soleil. Cet angle compris entre  $-180^\circ$  et  $+180^\circ$  vaut  $0^\circ$  à midi vrai (passage au méridien). Il est négatif le matin, positif l'après-midi. On l'exprime de préférence en heures, minutes et secondes de temps.

On admettra que l'angle horaire du soleil vaut 12<sup>h</sup> à midi vrai. Les deux premières expressions listées ci-dessous servent à déterminer le temps solaire vrai local à partir de la lecture des heures Babyloniques, Italiques et de la connaissance de la durée du jour vrai. Puis, à des fins de comparaison et d'établissement de la précision du cadran solaire, la troisième formule s'avèrera la plus utilisée, mais impose de connaître l'Équation du temps.

$$H = \frac{B + I}{2} \quad H = I - \frac{24 - DJ}{2} = B + \frac{24 - DJ}{2} \quad H = Tlg - Eq - \lambda - \begin{cases} 1^h & \text{en hiver} \\ 2^h & \text{en été} \end{cases}$$

### B. Heure Babylonique

Pratiquement plus usitée de nos jours (excepté pour les cadrans restaurés), l'heure Babylonique se compte, en temps solaire vrai, à partir du lever du soleil<sup>6</sup> (elle sera marquée 0<sup>h</sup>, et elle sera d'ailleurs sur la ligne d'horizon du cadran) jusqu'à son prochain lever ou elle vaudra

<sup>4</sup> Ce qui est faux en toute rigueur. Seul le jour solaire moyen a exactement une durée de 24 h...

<sup>5</sup>  $h$  est la hauteur vrai du centre du soleil au-dessus de l'horizon de l'observateur.

<sup>6</sup> Il s'agit du lever du centre du soleil, ou de lever géométrique du soleil. De même pour le coucher du soleil.

24<sup>h</sup>. Les heures vraies lisibles sur le cadran solaire donneront accès à ce temps écoulé depuis le lever du soleil, mais elles peuvent aussi être déterminés sans être observés.

La première formule présentée ci-dessous sera certainement la plus utilisée pour la détermination de l'heure Babylonique. En effet, la durée du jour et l'heure de lever ne sont pas forcément les données les plus immédiates obtenues à partir d'un cadran solaire.

$$B = 2H - I \qquad B = H - L \qquad B = H - \frac{24 - DJ}{2} \qquad B = DJ - i$$

### C. Heure Italique

En règle générale, l'heure Italique n'est pas marquée sur un cadran solaire sans les heures Babyloniques. L'heure Italique se compte en temps vrai depuis le coucher du soleil (0<sup>h</sup>) jusqu'au coucher de soleil du jour suivant ou elle vaut 24<sup>h</sup>. Il est évident que l'on ne pourra utiliser les heures Italiques qu'entre le lever et le coucher du soleil du jour suivant le précédent coucher, et au mieux dans le domaine de fonctionnement du cadran. Par exemple, pour un cadran méridional, les heures Italiques seront comprises entre XII<sup>h</sup> et XXIV<sup>h</sup>; dans un cadran oriental, les heures Italiques s'étaleront de X<sup>h</sup> à XVIII<sup>h</sup>; et enfin dans un cadran occidental, de XVIII<sup>h</sup> à XXIV<sup>h</sup>.

La première formule proposée sera la plus utilisée car elle ne demande à ne lire simultanément que le temps solaire vrai et l'heure Babylonique sur le cadran solaire. Les expressions suivantes imposent de connaître les instants de lever ou de coucher du soleil, et nécessitent donc une étape de calcul intermédiaire ou bien de posséder une éphéméride du soleil...

$$I = 2H - B \qquad I = H + L = H - C + 24 \qquad I = B + 2(24 - C)$$

Pour obtenir la durée restante jusqu'au coucher du soleil (désignée par la lettre *i*), on retranchera simplement à 24<sup>h</sup> l'heure Italique *I* :

$$i = 24 - I$$

Soulignons qu'il n'est pas forcément judicieux de marquer sur le cadran solaire cette durée à la place de l'heure Italique *I*.

### D. Lever du Soleil

Il est très facile d'obtenir l'heure de lever du soleil à partir de l'heure solaire vraie et de l'heure Babylonique au même instant. L'heure de lever sera de la même nature qu'un temps solaire vrai. La deuxième relation est celle utilisée dans les cadrans d'heures Babylonique et Italique. Pour obtenir l'instant légal de lever du soleil, il faudra appliquer la relation donnée en §II.H.

$$L = H - B \qquad L = \frac{I - B}{2}$$

### E. Coucher du Soleil

De la même façon que pour le lever, c'est avec l'heure Italique et le temps solaire vrai que l'on obtiendra l'heure vrai du coucher du soleil. La troisième formule permet d'établir d'autres combinaisons entre *H*, *B* et *I*.

$$C = H + i \qquad C = \frac{B - I}{2} + 24 \qquad C + L = 24$$



### F. Durée du jour Vrai

La première formule sera la plus utilisée par l'observateur des heures Babyloniques et Italiques. C'est une « formule de terrain », d'autant plus qu'elle est triviale d'après les définitions précédentes.

Les autres formules demandent d'abord à être mémorisés pour pouvoir ensuite jongler avec les opérations mentales ! Elles ne sont données donc qu'à titre d'exercice.

$$DJ = B + i \quad DJ = 2(B - H) + 24 \quad DJ = 2(H - I) + 24 = 2H - I + i \quad DJ = C - L$$

### G. Temps solaire Moyen Local

La première relation découle directement de la définition du Temps Solaire Moyen. La deuxième utilise le Temps Légal et la longitude du lieu du cadran.

$$H_m = H - Eq \quad H_m = Tlg - \lambda - \begin{cases} 1^{\text{h}} & \text{en hiver} \\ 2^{\text{h}} & \text{en été} \end{cases}$$

### H. Temps Légal en France

Des formules listées ci-dessous, la première sera la plus utilisée par le gnomoniste ou par quiconque voudra relever le défi d'obtenir l'heure légale à partir de l'observation du temps vrai sur le cadran solaire. Sollicitation précieuse pour évaluer la capacité du cadran solaire à délivrer un temps en concordance avec le temps légal.

$$Tlg = H + Eq + \lambda + \begin{cases} 1^{\text{h}} & \text{en hiver} \\ 1^{\text{h}} & \text{en été} \end{cases} \quad Tlg = H_m + \lambda + \begin{cases} 1^{\text{h}} & \text{en hiver} \\ 2^{\text{h}} & \text{en été} \end{cases} \quad Tlg = TU + \begin{cases} 1^{\text{h}} & \text{en hiver} \\ 2^{\text{h}} & \text{en été} \end{cases}$$

### I. Temps Universel (TU)

Le Temps Universel s'obtiendra de deux façons. La première à partir de l'heure légale à laquelle il suffit de retirer l'avance d'une heure ou de deux heures suivant que l'on est en hiver ou en été. La deuxième s'obtiendra à partir du temps solaire moyen local auquel on ajoutera la longitude du lieu où se trouve le cadran solaire.

$$TU = Tlg - \begin{cases} 1^{\text{h}} & \text{en hiver} \\ 2^{\text{h}} & \text{en été} \end{cases} \quad TU = H_m + \lambda$$

## III. Exemples Numériques

### A. Exemple 1

Soit un cadran solaire en un lieu de  $007^{\circ}17'$  de longitude Est et  $43^{\circ}43'24''$  de latitude Nord<sup>7</sup>.

Le 14 mai 2008, on lit sur le cadran solaire  $8^{\text{h}}$  de temps vrai,  $3^{\text{h}}$  babyloniennes et simultanément XIII<sup>h</sup> italiennes. Calculons tous les temps que ce cadran solaire permet de déterminer.

<sup>7</sup> Coordonnées géographiques (IGN) du cadran solaire bifilaire du Lycée Professionnel Pasteur à Nice.

Données numériques :

$$H = 8^h \quad \lambda = -29^m08^s. \quad B = 3^h \quad Eq = -3^m40^s. \quad I = 13^h. \quad i = 24 - 13 = 11^h.$$

Calcul des temps :

Lever	$L = 8^h - 3^h$	$L = 5^h.$
Coucher	$C = 8^h + 11^h$	$C = 19^h.$
Durée du Jour	$DJ = 3^h + 11^h$	$DJ = 14^h.$

Temps Légal :

<i>Temps Vrai</i>	08 <sup>h</sup> 00 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup>
<i>Équation du Temps</i>	- 03 <sup>m</sup> 40 <sup>s</sup>
-----	
<i>Temps Moyen Local</i>	07 <sup>h</sup> 56 <sup>m</sup> 20 <sup>s</sup>
<i>Longitude</i>	- 29 <sup>m</sup> 08 <sup>s</sup>
-----	
<i>Temps Moyen à Greenwich</i>	07 <sup>h</sup> 27 <sup>m</sup> 12 <sup>s</sup>
<i>Correction heure légale</i>	+ 02 <sup>h</sup>
-----	
<b>Temps Légal</b>	<b>09<sup>h</sup>27<sup>m</sup>12<sup>s</sup></b>

Pour obtenir les Levers et coucher du Soleil en temps légal :

<b>Lever</b>	05 <sup>h</sup> 00 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup>	<b>Coucher</b>	19 <sup>h</sup> 00 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup>
<i>Équation du Temps</i>	- 03 <sup>m</sup> 40 <sup>s</sup>		- 03 <sup>m</sup> 40 <sup>s</sup>
-----		-----	
<i>Temps Moyen Local</i>	04 <sup>h</sup> 56 <sup>m</sup> 20 <sup>s</sup>		18 <sup>h</sup> 56 <sup>m</sup> 20 <sup>s</sup>
<i>Longitude</i>	- 29 <sup>m</sup> 08 <sup>s</sup>		- 29 <sup>m</sup> 08 <sup>s</sup>
-----		-----	
<i>Temps Moyen à Greenwich</i>	04 <sup>h</sup> 27 <sup>m</sup> 12 <sup>s</sup>		18 <sup>h</sup> 27 <sup>m</sup> 12 <sup>s</sup>
<i>Correction heure légale</i>	+ 02 <sup>h</sup>		+ 02 <sup>h</sup>
-----		-----	
<b>Temps Légal</b>	<b>06<sup>h</sup>27<sup>m</sup>12<sup>s</sup></b>		<b>20<sup>h</sup>27<sup>m</sup>12<sup>s</sup></b>

Le soleil s'est levé il y a 3<sup>h</sup>, se couchera dans 11<sup>h</sup>; la durée du jour est de 14<sup>h</sup>.  
Il est 09<sup>h</sup>27<sup>m</sup>12<sup>s</sup> de temps légal au moment de l'observation du temps solaire vrai sur le cadran solaire.

Le soleil s'est levé à 06<sup>h</sup>27<sup>m</sup>12<sup>s</sup> et s'est couché à 20<sup>h</sup>27<sup>m</sup>12<sup>s</sup> de temps légal<sup>8</sup>.

## B. Exemple 2

On lit sur un cadran solaire 5<sup>h</sup> babyloniennes et simultanément XIV<sup>h</sup> italiennes.

<sup>8</sup> Il s'agit d'une façon bien approximative d'obtenir les instants de lever et de coucher du soleil, mais la gnomonique s'en contente largement.

1. Quel est le temps solaire vrai en cet instant ?
2. Quelle est l'heure de lever du soleil ?
3. Quelle est l'heure de coucher du soleil ?
4. Quelle est la durée du jour ?

Données numériques :

$$B = 5^h \quad I = 14^h \quad i = 24 - 14 = 10^h$$

Calcul des temps :

Temps vrai	$H = \frac{5+14}{2}$	$H = 9^h30^m$ .	Coucher	$C = \frac{5+14}{2} + 24 = 9^h30^m + 10^h$	$C = 19^h30^m$ .
Lever	$L = 9^h30^m - 5^h$	$L = 4^h30^m$ .	Durée du jour	$DJ = 5^h + 10^h$	$DJ = 15^h$ .

### Références

- ANDRE DANJON, *Astronomie Générale, Astronomie sphérique et éléments de mécanique céleste*, seconde édition revue et corrigée, 1986, Librairies scientifiques et techniques Albert Blanchard, Paris.
- DENIS SAVOIE, *La Gnomonique*, 2007, Éditions les Belles Lettres, Collection l'âne d'or, Paris.
- Bureau des Longitudes, *Introduction aux éphémérides astronomiques, supplément explicatif à la connaissance des temps*, publié sous la direction de J.-L. SIMON, M. CHAPRONT-TOUZE, M. MORANDO, W. THUILET, 1997, Les Éditions de Physique, Les Ulis, France.

Nice, 15 mai 2008.

D. Collin

### Table des matières

- I. DEFINITIONS ET NOTATIONS
  - A. Définitions usuelles
  - B. Notations
- II. FORMULES
  - A. Temps solaire Vrai Local
  - B. Heure Babylonique
  - C. Heure Italique
  - D. Lever du Soleil
  - E. Coucher du Soleil
  - F. Durée du jour Vrai
  - G. Temps solaire Moyen Local
  - H. Temps Légal en France
  - I. Temps Universel (TU)
- III. Exemples Numériques
  - A. Exemple 1
  - B. Exemple 2
- REFERENCES

\*\*\*\*\*



## Gnomonique et marées

par Jean-Paul Cornec et Pierre Labat

*Sur une modeste contribution de la gnomonique à l'étude du rythme de montée du niveau des océans au cours des siècles*

Voilà maintenant plus de trois siècles qu'une étude systématique du phénomène des marées fut entreprise dans plusieurs ports français par des relevés continus des heures et amplitudes des hautes et basses mers, afin, à l'origine, de tenter de caractériser le phénomène et de déterminer ses relations avec les mouvements apparents du Soleil et de la Lune. Brest



fut le principal port où les heures et hauteurs de marées furent enregistrées. Les premières mesures datent de 1679; elles ont été poursuivies ensuite plus ou moins continûment à partir du 18<sup>ème</sup> siècle, et ont toujours lieu à l'heure actuelle. Cet ensemble de mesures constitue l'une des séries temporelles les plus longues et les plus complètes disponible aujourd'hui dans le monde.

A l'origine les relevés furent bien sûr exprimés en temps vrai, puis, d'autres échelles de temps seront utilisées. De nos jours le traitement de longues séries d'enregistrements nécessite donc une certaine attention quant à l'échelle de temps utilisée: temps vrai, temps moyen, etc., afin de ramener l'ensemble des mesures à une échelle commune, le Temps Universel. Il faut bien sûr tenir compte de l'équation du temps et de la longitude de Brest (17,98 min).

Nous étudions ici une correction supplémentaire accidentelle concernant un ensemble de mesures réalisées au début du 18<sup>ème</sup> siècle.

De 1710 à 1719 Jacques Cassini étudie le phénomène des marées d'après les relevés effectués en particulier à Brest. De 1711 à 1714, ils y sont réalisés par Guillaume Couhard, alors hydrographe du roi depuis 1682. Les heures sont relevées par la lecture des indications d'une pendule, dont la marche est contrôlée régulièrement à midi par comparaison avec un cadran solaire. J. Cassini consacra à ce sujet quatre Mémoires à l'Académie Royale des Sciences.

Dans un premier Mémoire du 1<sup>er</sup> février 1713 [1] il décrit les résultats des relevés précédents et en déduit des "*Tables & des Règles*" pour calculer les heures et hauteurs des marées suivant la phase de la Lune et sa distance à la Terre. Dans son deuxième Mémoire du 4 août 1714 [2], il note à propos des mesures qui ont été faites à Brest en 1711 et 1712 :

**Mais avant**  
que de les examiner, il faut remarquer que le Cadran au Soleil dont on s'étoit servi jusqu'à présent à Brest pour régler la Pendule, ne marquoit pas exactement le Midi, & que M. Couhard, Professeur d'Hydrographie dans ce Port, ayant tracé une ligne Méridienne avec beaucoup de soin, avoit trouvé qu'il avançoit sur l'heure véritable de 17 minutes qu'il faut retrancher de toutes les Observations qui nous ont été envoyées.

Cassini qualifie d'ailleurs cette différence d' "*assès considérable*" ! Dans le Mémoire suivant publié le 8 juin 1720 [3], J. Cassini rappelle cette constatation et la correction réalisée:

.....  
 Nous avons remarqué dans les Memoires de l'Academie du 8 Août 1714, que le Cadran au Soleil dont on s'étoit servi à Brest pour régler la Pendule & marquer le temps des Marées, avançoit de 17 minutes qu'il falloit retrancher de toutes les Observations faites dans ce Port. Cette différence a subsisté jusqu'au premier d'Août 1714; depuis ce temps là M. Coubard, ayant tracé exactement une Meridienne, a décrit un autre Cadran bien orienté, sur lequel on a réglé la Pendule.

Cette erreur et sa correction ont été reconsidérées et précisées en 2006 dans une étude conjointe du SHOM et de l'Université de La Rochelle, portant sur la reconstitution des mesures historiques du niveau de la mer à Brest du 17ème au 21ème siècles, par G.Wöppelmann, N.Pouvreau et B.Simon [4]. Le but de leur étude est d'estimer le taux de montée du niveau moyen des mers au cours des derniers siècles. C'est une question très actuelle. A partir de l'ensemble des mesures réalisées à Brest les auteurs apportent un éclairage nouveau sur le problème du cadran solaire. Nous présentons ici ces travaux avec quelques compléments.

J. Cassini ne précise pas la nature de l'erreur de conception du cadran en question, si elle avait trait au style ou au tracé lui-même, ni ne donne de valeurs numériques d'écart en relation avec cette erreur; ni le moment exact de la découverte de l'erreur; il ne détaille pas non plus les calculs qu'il a pu réaliser. On peut envisager que le "*Cadran au Soleil*" est un cadran vertical classique, déclinant ou non. Dans la mesure où l'erreur a été décelée quand "*M. Coubard, ayant tracé une ligne Méridienne avec beaucoup de soin, avoit trouvé qu'il avançoit sur l'heure véritable de 17 minutes*", il ne devait sans doute pas s'agir d'une méridienne proprement dite; mais peut-être était elle étendue à un ensemble de lignes horaires limité à la ligne de midi et quelques lignes adjacentes sur un intervalle d'une ou deux heures, de sorte que le tout pouvait être appelé cadran. Il devait être semblable à la méridienne tracée à la même époque que l'on aperçoit sur des gravures représentant la façade d'un bâtiment dans le port de Brest. S'il s'était agi d'un cadran complet l'erreur se serait amplifiée au cours de la journée et serait devenue rapidement évidente. Ce cadran devait de toute façon être un instrument indiquant le temps solaire vrai, puisqu'à l'époque la courbe en huit représentant l'équation du temps n'était pas encore incluse dans le tracé des cadrans.

Plusieurs hypothèses peuvent être faites. On suppose qu'à l'origine le cadran fut très correctement conçu et réalisé, que la déclinaison éventuelle du mur avait bien été prise en compte, que la ligne de midi était bien verticale, que le style était correctement implanté au centre du cadran.

Un cadran solaire à style polaire, par ailleurs correctement tracé, peut se trouver dérégulé et indiquer des heures fausses pour plusieurs raisons : il n'est pas situé à la bonne latitude, sa table est mal orientée, son style, bien que correctement incliné, n'est pas orienté suivant l'axe du monde, et ce style peut aussi être mal incliné, etc. De plus ces différents défauts peuvent se cumuler.... Si la ligne de midi du cadran de M. Coubard n'avait pas été verticale l'erreur serait apparue tout de suite : un décalage d'un quart d'heure se voit immédiatement. Ensuite, que la façade sur laquelle le cadran était implanté ait été déclinante ou non ne change rien : la ligne de midi est toujours verticale. Une mauvaise prise en compte de la déclinaison exacte du mur n'aurait été sensible que pour des heures éloignées de midi. Un style mal incliné, mais contenu dans le plan du méridien aurait indiqué correctement midi

de toutes façons. Il reste donc comme cause du dérèglement un léger déplacement du style vers l'est, pour une raison inconnue. Ce déplacement devait être suffisamment faible pour n'être pas évident au premier coup d'œil. C'est une hypothèse simplificatrice pour la suite mais on peut penser que M. Coubard avait incliné le style correctement. Il s'en suit bien que les indications fournies par l'ombre du style sont en avance : son ombre devient verticale sur la ligne de midi avant le midi vrai, quand le soleil passe dans le plan matérialisé par le style et la ligne de midi. Mais le style avait-il gardé son inclinaison correcte ? On fera l'hypothèse que ce défaut éventuel supplémentaire n'était pas, lui non plus, flagrant. Sa prise en compte ne complique guère les calculs.

Un dérèglement d'un cadran peut être traduit géométriquement par un angle ou un ensemble d'angles qui repèrent la mauvaise position du style ou de la table par rapport à la situation normale. Un cadran solaire étant une projection gnomonique de la sphère céleste sur un plan, un même écart angulaire ne va pas se traduire par un même angle projeté tout au long de la journée : l'erreur dans l'indication ou la lecture de l'heure évolue pendant la journée pour une même date, et suivant la date pour une heure donnée. A l'exception du cadran équatorial, on ne peut pas dire qu'un cadran retarde ou avance de tant de minutes : il faut préciser le moment de la journée et l'époque à laquelle le décalage a été constaté. Il est donc a priori étrange que Cassini écrive qu'il faille retrancher 17 minutes "*de toutes les Observations qui nous ont été envoyées*", puisque l'erreur d'un cadran ne peut pas être constante toute l'année. C'est d'ailleurs bien ce qui ressort de l'analyse des mesures [4].

Le cas des cadrans solaires dérégés est traité en détails dans l'ouvrage de D. Savoie [5]. Un ensemble de formules permet, pour chaque cas, de calculer l'heure fautive  $F$  lue sur un cadran pour un angle horaire  $H$  donné du soleil, en un lieu et à une date donnés. Elles sont présentées en annexe. Comme il est indiqué dans le Mémoires de J. Cassini et rappelé dans l'article [4] seul le moment de midi solaire importait pour le réglage et la vérification périodique des horloges; c'est donc ce moment qui a été retenu par ces auteurs pour étudier le problème, et que nous retenons ici. Des erreurs éventuelles de tracé en dehors de cette ligne méridienne n'interviennent pas et ne nous concernent pas.

#### Cas du traitement "Cadran mal orienté"

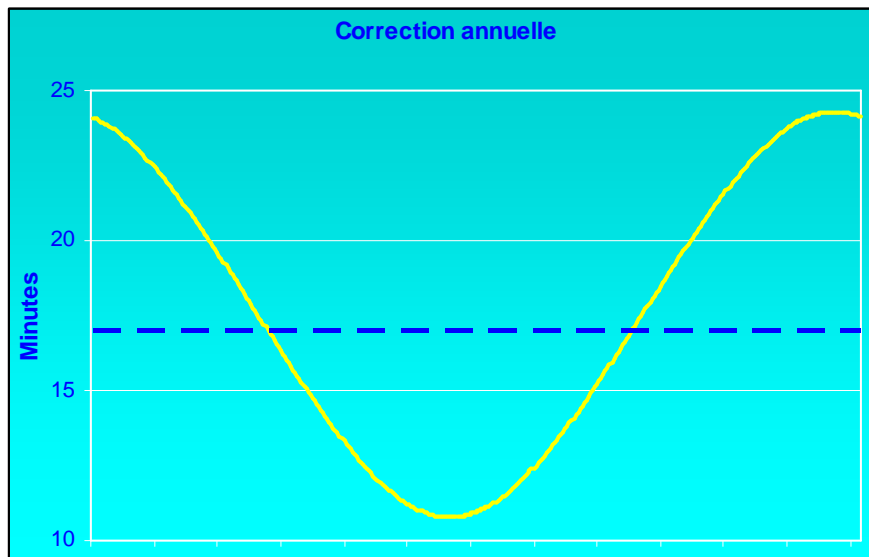
Les auteurs de l'article [4] ont abordé le problème sous l'aspect "Cadran mal orienté" bien qu'a priori ce soit le cas "Mauvaise orientation du style" qui soit plus adéquate. Dans la mesure où on se place aux alentours de midi et que les angles de décalage en jeu sont (sans doute) petits l'approche doit être équivalente.

Quand M. Coubard effectuait une vérification ou une remise à l'heure d'une horloge, il attendait que le cadran indique midi vrai : mais l'heure était fautive. C'est tout ce à quoi il avait accès. Son horloge indiquait une heure décalée. Finalement il ne savait pas quand l'angle horaire  $H$  du soleil était nul, c'est-à-dire quand il était réellement midi vrai. On va néanmoins se placer à midi vrai et calculer l'erreur du cadran à ce moment, et donc la correction à appliquer. Les calculs doivent a priori être faits pour le 31 juillet ou le 1er août puisque "*Cette différence a subsisté jusqu'au premier d'Août 1714*". Le 31 juillet 1714, par un autre moyen, M. Coubard détermine le midi vrai ( $H = 0$ ). Suivant ce qu'écrit J. Cassini, il réalise que son cadran indique alors 12h 17 min. Donc avec les notations de [5], l'heure fautive est, en angle horaire,  $F = 4,25^\circ$ . L'azimut du soleil à ce moment est nul; sa hauteur dépend de sa déclinaison ce jour là. En introduisant ces données dans l'expression (1) on est ramené à une équation du type " $a \cos x + b \sin x = c$ ". Nous en déduisons une valeur de l'écart de  $8,07^\circ$ . Le style est bien légèrement décalé vers l'est. (Les auteurs de l'article [4] trouvent  $7,69^\circ$ , qui correspond à la déclinaison le 8 août.)

Par ailleurs, les heures des hautes et basses mers relevées à l'époque de Cassini permettent de déterminer les différences entre celles-ci et les heures que l'on peut calculer par les procédés actuels. C'est ce qu'ont réalisé les auteurs de l'article [4] : ces différences se traduisent par une forte oscillation, avec une période d'un an et une dizaine de minutes d'amplitude ([4] fig. 4a reproduite à la fin de l'article). La correction ne pouvait donc pas être constante, conformément à ce qui est dit ci-dessus.

Nous pouvons calculer la correction annuelle, connaissant  $d$ . C'est-à-dire l'heure fautive  $F$  indiquée par l'horloge au cours de l'année à midi solaire ( $H = 0$ ), de laquelle on déduira la correction  $H - F$  à appliquer jour après jour aux indications de cette horloge, qui se réduit ici à  $-F$ . A nouveau le calcul se fait à partir de l'expression de  $\tan F$  avec  $H = 0$ . La correction sur un an avec l'écart de  $8,07^\circ$  (ou  $7,69^\circ$ , cela ne change pas grand chose) se traduit par une quasi sinusoïde de 9 minutes d'amplitude centrée sur une valeur moyenne de -24 minutes, correspondant aux équinoxes ([4] fig. 6). Mais elle ne suffit pas à lisser les mesures : il subsiste un biais et un reliquat d'oscillations résiduelles bien apparents sur la figure fig. 4b de [4].

Pour tenter de réduire ces déviations les auteurs ont agi sur la valeur de l'écart du style. Après plusieurs tests ils sont arrivés à une valeur de l'écart de  $5,87^\circ$  : le biais ainsi que le reliquat d'oscillations disparaissent ([4] fig. 4c). Cette valeur réduit la "correction" à l'époque du 31 juillet à 12 minutes. La courbe de correction annuelle est alors centrée sur une valeur moyenne de 17 minutes aux équinoxes avec une amplitude de 6,7 minutes. Les extrema se produisent aux solstices. La figure correspondante (cf. aussi [4] fig. 6) est présentée ci-dessous.



Nous retrouvons bien (en tireté bleu) les 17 minutes de J. Cassini. Celui-ci précise dans son texte de 1714 que cette correction change l'heure moyenne de la *haute mer*. Et dans les paragraphes suivants il compare les heures observées de la haute mer aux heures calculées suivant les règles exposées dans son Mémoire de 1713 [1]. Il donne deux exemples pour juin et décembre 1713 et note :

**Dans ces deux exemples le Calcul des Marées s'accorde avec l'Observation à 6 ou 7 minutes près, qui est une différence peu considérable, & qu'on peut aisément attribuer à la difficulté de déterminer précisément l'heure de la Pleine Mer.**

Il donne même d'autres exemples où l'écart est plus élevé. La figure 4c de [4], bien que dépourvue de biais et d'oscillations, montre quand même une dispersion des écarts heures mesurées/calculées d'environ 6,5 minutes, soit l'amplitude de la courbe ci-dessus.

Il est donc possible qu'en conséquence Cassini ait considéré que la valeur moyenne des écarts, soit 17 minutes, suffisait et qu'il n'était pas nécessaire de calculer ou de prendre en compte les écarts réels tout au long de l'année. Il pouvait se contenter d'appliquer à toutes les observations une correction moyenne constante, celle correspondant à l'équinoxe. C'est peut-être ce qu'il entendait par correction moyenne. Mais cela ne nous dit pas comment J. Cassini ou G. Coubard ont trouvé ces 17 minutes, puisque la correction aux alentours du 1er août est seulement de 12 minutes...

#### Cas du traitement "Style mal orienté"

Si on traite le problème sous cet aspect on va avoir recours aux expressions données dans le paragraphe correspondant de [5] rapportées en annexe. On retrouve les quantités F et H. L'expression de tan F, bien que plus complexe, n'est pas plus difficile à traiter; elle comporte ici deux paramètres,  $\Delta f$  et  $\Delta S'$  : l'écart du style par rapport à son inclinaison attendue et son écart en azimut. Les premiers calculs doivent à nouveau être faits pour le 31 juillet ou le 1er août.

On se place dans le cas  $H = 0$  pour estimer le couple  $\Delta f$ ,  $\Delta S'$  afin que l'heure fautive F marquée par le cadran à midi vrai (véritable,  $H = 0$ ) soit  $F = 4,25^\circ$ . L'expression de tan F et des facteurs A et B sont donnés par la formule (6). Le calcul qui, à  $\Delta f$  donné, se ramène à la résolution d'une équation du type " $a \cos x + b \sin x = c$ " donne un ensemble assez dispersé puisque  $\Delta f$  doit être compris entre  $-5$  et  $9^\circ$  pour que  $\Delta S'$  soit entre  $8$  et  $5,9^\circ$ . On retrouve la valeur  $7,2^\circ$  pour  $\Delta f = 0$ . Ces valeurs sont comparables à celle déduite de la méthode "cadran mal orienté". Dans la mesure où les angles sont petits ce n'est pas étonnant. Notons quand même la gamme de valeurs de  $\Delta f$  : il varie sur  $14^\circ$  et sa valeur extrême de  $9^\circ$  est une valeur élevée qui, normalement devrait être flagrante.

Le calcul de la correction annuelle se fait à nouveau à partir de l'expression de tan F en fonction de la déclinaison solaire qui intervient dans les facteurs A et B. Il y a deux paramètres d'ajustement :  $\Delta S'$  et  $\Delta f$ . C'est le cas  $H = 0$  qui doit être pris en compte : on calcule l'erreur du cadran à ce moment et donc la correction à appliquer. Bien que la démarche puisse être discutable, nous nous fixons comme but de retrouver la courbe ci-dessus, centrée sur 17 minutes avec une amplitude équivalente. Le résultat est très sensible à la valeur de  $\Delta S'$  : si nous prenons la valeur déduite dans l'article [4], soit  $5,87^\circ$  il faut que  $\Delta f$  vaille près de  $9^\circ$  pour retrouver la courbe déduite précédemment. Encore une fois c'est un angle trop important : une telle erreur d'inclinaison saute aux yeux d'une personne expérimentée. Pour qu'une des hypothèses de départ soit satisfaite, à savoir : les angles de déviation du style sont petits, nous limiterons arbitrairement  $\Delta f$  à la valeur  $5^\circ$  en valeur absolue. Le couple des valeurs ( $\Delta S'$ ,  $\Delta f$ ) qui permet de retrouver la courbe est alors compris dans la gamme ( $4,4^\circ$ ,  $5,5^\circ$ ) pour  $\Delta S'$ , et ( $-5^\circ$ ,  $5^\circ$ ) pour  $\Delta f$ ; avec une valeur moyenne de  $\Delta S' = 5^\circ$  pour une erreur d'inclinaison nulle : on note que  $\Delta S'$  n'a pas beaucoup de latitude de variation pour que l'hypothèse des angles petits soit satisfaite. Le signe de  $\Delta f$  reste indéterminé. La courbe annuelle a alors une amplitude de 6 à 7 minutes suivant le couple  $\Delta S'$ ,  $\Delta f$ .

**Le style de la méridienne de M. Coubard était donc déplacé de l'ordre de  $5^\circ$  vers l'est, avec sans doute un biais d'inclinaison de quelques degrés, écarts en apparence minimes, mais qui ont suffi alors à fausser toutes les mesures durant plus de deux ans.**



Notons qu'aucun des astronomes, tels Delambre, Lalande ou Laplace, qui ultérieurement utiliseront les mesures de Cassini pour une étude générale du phénomène ou pour établir une théorie des marées, ne critiqueront l'application d'une correction constante à des séries de relevés d'heures annuels, quand ils mentionneront le fait.

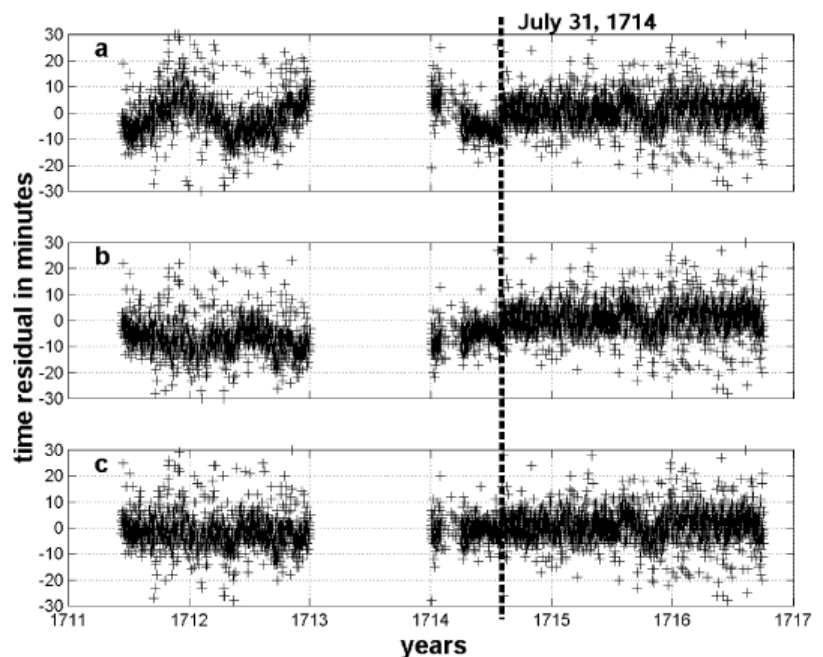
De nombreuses campagnes de mesure et d'observations des marées ont eu lieu par la suite aux 19 et 20 èmes siècles [6]. La notation de l'heure, toujours aussi importante, ne s'est pas forcément simplifiée avec le temps et implique encore pour leur exploitation à notre époque des ajustements afin d'exprimer l'ensemble des heures en Temps Universel. Ainsi les campagnes d'observations de 1846 à 1897 ont été datées en temps vrai (!), puis en temps moyen jusqu'en 1914, ou en temps civil pendant quelques jours (!) en novembre 1908.

Comme le montre la figure 3 de l'article [4] reproduite ici, il ressort finalement de l'étude que le niveau moyen des océans s'est élevé d'environ 15 cm entre 1800 et 2000. Après une période de légère baisse au 19ème siècle le niveau a amorcé une remontée à la fin de ce siècle avec une accélération à 3 mm par an depuis 1980. Les données du 18ème siècle ne peuvent pas encore être traitées mais la correction du cadran solaire de M. Coubard a contribué à fixer plus précisément le niveau de départ au tout début de ce siècle.

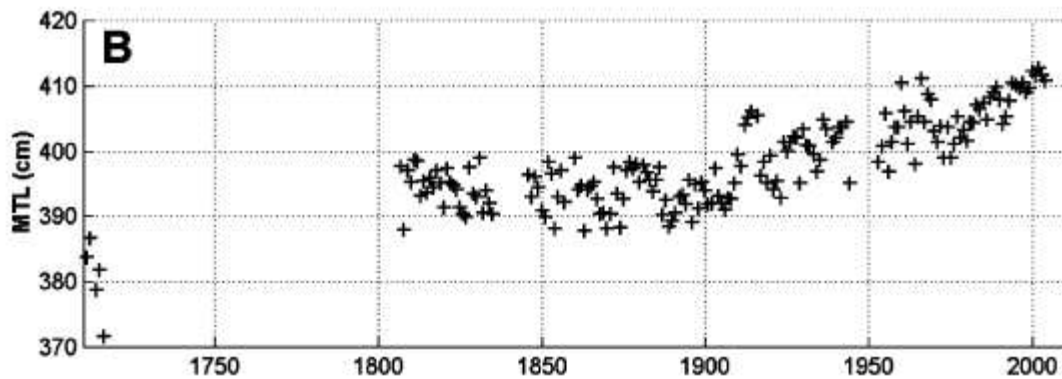
Merci à N.Pouvreau, B.Simon et G.Wöppelmann pour les textes de leurs publications et les informations qu'ils nous ont transmis. Merci à D. Savoie pour ses remarques et conseils.

Figures extraites de l'article [4].

**Fig. 4** Residuals between observed and predicted times of the 1711–1716 high and low water levels record when various corrections are considered. **a** A constant correction of -17 min. **b** A correction function of the Sun's position with a misalignment angle corresponding to -17 min on August 8, 1714. **c** Same correction as **b** with an adjusted angle to minimise the residuals



**Fig. 3** Annual mean high water levels (a) and annual mean tide levels (b) for Brest, assuming the relationships given in Fig. 2



- [1] J. CASSINI : Réflexions Sur de nouvelles Observations du Flux et du Reflux de la Mer, faites au Port de Brest dans l'année 1712. Histoire de l'Académie Royale des Sciences, Année 1713 (publié 1739), pages 14-30
- [2] J. CASSINI : Réflexions Sur de Nouvelles Observations des Marées faites dans le Port de Brest. Histoire de l'Académie Royale des Sciences, Année 1714 (publié 1717), pages 246-258
- [3] J. CASSINI : Réflexions Sur de Nouvelles Observations des Marées continuées à Brest, depuis le premier Avril 1714 jusqu'au 30 Septembre 1716. Histoire de l'Académie Royale des Sciences, Année 1720 (publié 1722), pages 154-166
- [4] G.WÖPPELMANN, N.POUVREAU and B.SIMON : Brest sea level record: a time series construction back to the early eighteenth century. Ocean Dynamics, V. 56, p. 487-497, déc. 2006
- [5] D. SAVOIE : La Gnomonique. Chapitre XXIV page 317. Les Belles Lettres. 2001
- [6]: N.POUVREAU, B. MARTIN, B.SIMON et G.WÖPPELMANN : Evolution de l'onde semi-diurne M2 de la marée à Brest de 1846 à 2006. C.R.A.S. Géoscience, 20 janvier 2006

## ANNEXE

### - Notations :

- H : heure vraie, ou angle horaire du Soleil
- F : heure fausse lue sur le cadran
- $\Phi$  : latitude du lieu
- $\delta$  : déclinaison solaire
- A : azimut du Soleil
- h : hauteur du soleil
- d : erreur d'orientation
- D : déclinaison du mur
- f : latitude équivalente
- z : distance zénithale du style droit
- S : angle horaire quand l'ombre du style passe sur la sous-stylaire
- $\Delta f$  : décalage du style en inclinaison
- $\Delta S'$  : décalage du style par rapport à la sous-stylaire

### - Données numériques :

- Latitude de Brest :  $\Phi = 48,383^\circ$
- Inclinaison de l'écliptique :  $\varepsilon = 23,475^\circ$
- Déclinaison du soleil le 31 juillet 1714 à midi solaire :  $\delta = 18^\circ 21' 36''$  soit  $18,36^\circ$
- Hauteur géométrique du soleil au méridien :  $h = 59,977^\circ$

Erreur mentionnée par Cassini : 17 minutes soit  $H = -4, 25^\circ$  quand  $F = 0$  ou bien  $F = 4,25^\circ$  quand  $H = 0$ .

- **Formulaire ([5] chapitre XXIV, § 2) : Cadran solaire mal orienté**

$$\tan F = \frac{\sin(A-d)}{\sin(\Phi)\cos(A-d) + \cos\Phi \tan(h)} \quad (1)$$

avec :

$$\tan A = \frac{\sin(H)}{\sin(\Phi)\cos(H) - \cos\Phi \tan(\delta)} \quad (2)$$

$$\sin(h) = \sin(\Phi)\sin(\delta) + \cos(\Phi)\cos\delta\cos(H) \quad (3)$$

Lorsque l'on ne cherche pas une grande précision, on peut réduire la formule ci-dessus à :

$$H - F = d(\cos(\Phi)\tan(\delta)\cos(H) - \sin(\Phi)) \quad (4)$$

- Cas particulier de midi solaire:

$$H = 0; \quad A = 0; \quad h = (90^\circ - \Phi) + \delta$$

- **Formulaire ([5] chapitre XXIV, § 5) : Erreurs de lecture dues à une mauvaise orientation du style**

Formule générale

Cadran vertical non déclinant :

$$z = 90; \quad D = 0; \quad \sin f = -\cos\Phi; \quad \cos f = \sin\Phi; \quad \tan S = 0; \quad S = 0$$

Cas général :  $\theta = H$

$$A = -\cos(\Phi)\tan(\delta) + \sin(\Phi)\cos(H)$$

$$B = -\cos(\Phi)\cos(H) - \tan(\delta)\sin(\Phi)$$

$$f' = f + \Delta f$$

A et B ne dépendent ni de  $\Delta f$  ni de  $\Delta S'$

$$\tan(F) = \frac{\sin(H) - A \cot(f') \sin(\Delta S')}{-\cos(\Phi)(B + A \cot(f') \cos(\Delta S'))} \quad (5)$$

Cas  $H = 0$  :

$$A = -\cos(\Phi)\tan(\delta) + \sin(\Phi)$$

$$B = -\cos(\Phi) - \tan(\delta)\sin(\Phi)$$

$$\tan(F) = \frac{A \cot(f') \sin(\Delta S')}{\cos(\Phi)(B + A \cot(f') \cos(\Delta S'))} \quad (6)$$

\*\*\*\*\*



## Calculs "cadran plan à style ponctuel"

Par Pierre Joseph Dallet

*Ce cadran était dénommé au début de XXe siècle le CID, c'est à dire « cadran incliné et déclinant ». Savoir le tracer valait un diplôme de gnomoniste. Bien entendu cette solution générale permet le tracé des cas particuliers dits : « horizontal, vertical, méridional, etc. ». Sans rien changer à la méthode. Il s'agit d'une méthode par calcul complet. Elle est compatible avec la méthode par épure au point de permettre le tracé des lignes d'une épure, mais ici je n'en parle pas. Vous n'aurez à programmer sur votre calculette qu'une dizaine de formules.*

Au début de XXème siècle il était devenu inutile de préciser « plan à style polaire ou ponctuel » tant la gnomonique s'était appauvrie. Grâce à quelques grands gnomonistes nous avons retrouvé et découvert maintenant bien des cadrans de bien d'autres formes géométriques (sphère, cylindre, etc.) et d'autres familles de cadrans (analemmtiques, portatifs procurant l'heure à partir de la hauteur du Soleil par tables d'heure en heure de 10 en 10 jours, araignées procurant l'heure à partir de l'angle azimut du Soleil par tables d'heure en heure de 10 en 10 jours, etc.). Ceci fait qu'à notre époque tout s'est compliqué, pour dénommer un cadran nous sommes bien obligés de préciser sa forme géométrique, sa famille, en plus de la déclinaison et de l'inclinaison d'un plan sécant du cadran. Les familles étant des groupes de classification basés sur les « formes des graphismes de temps vrai » et sur les « formes du style » ordinairement...

Vous pourrez, si vous voulez nommer la méthode de tracé que je vous propose méthode « DALLET » Je l'ai créée à mes débuts, elle n'est ni un perfectionnisme de procédé existant, ni un plagiat d'une méthode déjà décrite par un autre auteur. Ce texte est à considérer faisant partie du domaine public. Vous pouvez librement le communiquer. Je vous assure que c'est une voie facile pour réaliser de beaux cadrans.

### PARAMETRES DU CADRAN

Les manières de mesurer la déclinaison et l'inclinaison gnomoniques peuvent varier d'un auteur à l'autre. Voici les définitions préconisées par Robert SAGOT :

**Déclinaison gnomonique** d'un plan (D) : c'est l'azimut d'une droite perpendiculaire à ce plan. On peut dire aussi que c'est l'angle entre la direction du Sud et celle visée par une normale au plan. La déclinaison gnomonique se compte positivement vers l'OUEST, à partir du SUD.

Exemple : La déclinaison d'un cadran orienté SUD-OUEST est de 45°. Pour un cadran orienté SUD, la déclinaison est de 0°. La déclinaison se compte de 0 à 360° ou en deux fois, pour l'OUEST de 0 à 180° et pour l'EST de 0 à -180°.

**Inclinaison gnomonique** d'un plan (Z) : Distance zénithale de la normale à ce plan. On peut dire aussi angle entre une perpendiculaire au plan et la direction du zénith.

Exemple : l'inclinaison d'un cadran plan vertical est de 90°. Pour un cadran plan horizontal l'inclinaison est de 0°. L'inclinaison se compte de 0 à 180°. Elle est toujours positive.

Un **plan "équatorial"** est parallèle au plan équatorial terrestre, la normale de son plan vise le pôle céleste, à moins de 1° de l'étoile polaire en France et dans tout l'hémisphère Nord. Un **plan "polaire"** est parallèle à l'axe des pôles de la Terre, la normale de son plan vise un point de l'équateur céleste. Une inclinaison plus grande que 90° indique que le plan est incliné « Face vers sol »

Les cadrans qualifiés des mots suivants : horizontal, vertical, polaire, équatorial, incliné et déclinant sans autres précisions signifient que le cadran est plan, à style polaire ou à style ponctuel. Pour les cadrans non plans il est nécessaire de préciser à quelle partie du cadran (axe ou coupe droite) s'adressent ces qualificatifs pour qu'il n'y ait pas ambiguïté.

**Inclinaison virtuelle i :**

Elle est négative. Elle a pour valeur  $i = Z - 90^\circ$ , elle existe mais elle est purement opératoire. Elle correspond à une face du cadran dont le côté opposé à l'observateur est basculé vers le bas, la charnière étant immédiatement devant l'observateur. On la rencontre dans la mesure de l'inclinaison par la méthode Yvon Massé et dans de rares cas de calcul.

**Points et angles principaux** de ce type de cadran utilisé dans ce texte.

- ° C centre du cadran, point d'implantation éventuelle du style polaire.
- ° G le pied du style droit
- ° K le point d'ombre du style ponctuel.
- ° Psi l'angle style / cadran.
- ° Ro est l'angle rotation de la sous-styloire à partir du point G, pied du style droit.
- ° S le style ponctuel
- ° Y le bas de la ligne de plus grande pente descendante du cadran passant par le point G

Les angles GKS et YGK découlent des définitions des points données ci-dessus.

Les coordonnées cartésiennes du point K s'obtiennent à partir des angles GKS et YGK quelles que soit les positions (inclinaison et déclinaison) du cadran. Sigma (= S) : Angle horaire de la ligne sous-styloire, différence de longitude entre le cadran et son CHE (cadran horizontal équivalent face vers ciel). H ou ha étant la hauteur du Soleil au dessus de l'horizon, mesurée à partir de l'horizon positivement vers le zénith (au dessus de la tête d'un homme debout), négativement vers le nadir (sous les pieds d'un homme debout). A ou Az étant l'azimut du Soleil, compté en sens horloge à partir de la direction du SUD.

Tests: Si l'angle ha, (= h) hauteur du Soleil au dessus de l'horizon est négatif il fait nuit. Les coordonnées obtenues ne sont pas à mettre en fichier en dessous d'une certaine valeur « - 6° » par exemple. La hauteur ou almicantar (h ou ha ou t Al) est l'angle, vu par un observateur, entre l'horizon et un astre. L'almicantar est plutôt utilisé pour désigner un cercle de la sphère céleste locale, parallèle à la ligne horizon.

Si l'angle GKS hauteur du Soleil au dessus du cadran est négatif : Les coordonnées obtenues ne sont pas à mettre en fichier dessin en dessous d'une certaine valeur « + 1 » par exemple. En dessous de cette valeur les ombres sont trop éloignées ou utilisables seulement sur l'autre face du cadran par un autre style ponctuel.

**Algorithme de ce type de cadran.** (Les fonctions trigo auxquelles un D est ajouté signifient que l'angle doit être donné en degrés.)

**Cadran immergé dans l'eau :**

Exemple : cadran tracé au fond d'un bassin rempli d'eau.

*BooréfractionH2O* étant une variable à deux valeurs permet de commander OUI ou Non ce calcul :

*If BooréfractionH2O Then*

Calcul de l'angle hauteur en tenant compte de la réfraction du rayon lumineux passant de l'air à l'eau, la surface de l'eau étant au repos (horizontale)

$$ha1 = ha \text{ ' Mise en réserve} \quad Si = \sin D (90 - ha) / 1.333 \quad ha = 90 - A \sin D (Si)$$

Appel du calcul des angles YGK\_Et\_GKS

$$\text{Call Angles\_YGK\_Et\_GKS} \quad ha = ha1$$

End If

Cas normal :

Calcul de x et y coordonnées du point K :

$$Gk = 1 / \tan D (GkS) \quad X = \sin D (Ygk) * Gk \quad Y = (-\cos D (Ygk) * Gk)$$

Il est à remarquer que ce formulaire est indiscutablement le plus efficace de tous ceux préconisés pour ce type de cadran. Chacun peut également programmer les algorithmes proposés par les auteurs Opizzo, Rohr, Savoie, cités dans l'ordre alphabétique. Ceci pour vérifier la concordance des résultats.

### **Le graphisme HUIT**

Dans une bonne programmation il existe un algorithme de graphisme par famille de cadran et par indication. Si l'on sait en écrire un il est facile de trouver les autres.

### **Solution générale.**

Le graphisme « Huit » permet d'obtenir le renseignement « temps universel » sur un grand nombre de cadrans. Le HUIT n'est pas le seul graphisme permettant d'obtenir cette information. Cette indication est produite par des « lignes sinueuses » sur certains cadrans à style polaire, les cadrans d'azimut, les cadrans de hauteur type « Cadran de Berger » etc.

Les styles des cadrans supportant les HUIT sont ponctuels : c'est par exemple une bille, un œilleton, le sommet d'une fine tige, etc.

En solution générale les coordonnées des points K, images du Soleil, sont obtenues d'après les coordonnées du Soleil au dessus du cadran : la hauteur sur cadran GKS et l'azimut sur cadran YGK

Voici un exemple d'algorithme de calcul de HUIT, soient :

$\lambda$  Longitude géographique en heures décimales, donnée.

$\varphi$  La latitude géographique en degrés décimaux.

$L_v$  longitude écliptique en degrés décimaux, variable.

$H$  l'angle horaire en degrés décimaux, variable.

*Pour toutes les Heures UT de 0 à 23*

*Pour les longitudes écliptiques du Soleil de  $L_v = 0^\circ$  à  $360^\circ$  degré par degré.*

*Calculer la déclinaison du Soleil  $\delta$ , en degrés décimaux.*

*Calculer l'équation du temps  $Eq$ , en heure décimale.*

*Calculer le temps de passage  $TP$  en heure décimale :  $TP = 12 + \lambda + EQ$*

*Calculer l'angle horaire  $H$  en degrés décimaux :  $H = (Heure\ UT - TP) * 15$*

*Calculer la hauteur  $h$  et l'azimut  $A$  du Soleil pour cet instant. ( $H, \Phi, De$ )*

*Tester la hauteur pour savoir si le Soleil est au dessus de l'horizon. ( $Ha < ?$ )*

*Calculer les angles  $YGK$  (azimut sur cadran) et  $GKS$  (hauteur sur cadran).*

*Soient : ( $Ha, Az, D, Z$ )*

*Tester  $GKS$  pour savoir si le Soleil est au dessus du plan du cadran.*

*Appeler l'algorithme du cadran pour calculer les coordonnées du point K, image du Soleil.*

Les coordonnées du point K sont obtenues.

*Répéter pour une nouvelle longitude écliptique  $L_v$*

*Répéter pour une nouvelle Heure UT*

Remarque : Pour les heures vraies cette manière de faire diffère simplement par le calcul de TP, le temps de passage au SUD. Pour tracer une ligne d'entrée en tiers de saison il faut aussi deux boucles emboîtées. On écrit la boucle des angles horaires à l'intérieur de celle des déclinaisons. Pour les cadrans de la famille des bergers portatifs la déclinaison gnomonique est égale à l'azimut. Les lignes de tiers de Saisons se calculent en faisant varier la valeur de la hauteur.

### **Coordonnées polaires du Soleil au dessus du cadran**

Les coordonnées polaires du point de lumière d'un œilleton sur le plan du cadran sont : (Ces noms découlent des noms des points.). Formulaire adopté dans Solarium:

YGK : Angle PGPD / ombre du style droit.

GKS : Angle Pied du style droit / point de lumière. / Œillette.

Ces angles sont comptés positivement, dans le sens anti-horloge à partir du 1er segment composant le nom. Les formules données ici ne sont pas sous la forme habituelle mais sous sa forme à utiliser avec la fonction arc-tangente à deux arguments. Les fonctions tangentes obtenues en fin de démonstration sont remplacées par sin/ cos. Les cas de tangentes de 90° sont traités correctement.

Rappelons que Z l'inclinaison du cadran est la distance zénithale d'une normale au plan du cadran. C'est aussi l'arc de méridien terrestre qui sépare un cadran de son CHE. La déclinaison gnomonique est l'azimut orthodromique du CHE. On obtient YGK par la formule:

$$\text{Tan} (Ygk) = [\cos (h) * \sin (A - D)] / [\sin (Z) * \sin (h) - \cos (Z) * \cos (h) * \cos (A - D)]$$

Elle permet d'obtenir l'angle dans le bon quadrant. YGK est positif dans le sens anti-horloge, son origine est le segment de droite GY. On obtient l'angle GKS par la formule :

$$\text{Sin} (GKS) = \text{Cos} (Z) * \text{Sin} (h) + \text{Sin} (Z) * \text{Cos} (h) * \text{Cos} (A - D)$$

GKS se compte de -90° à +90°. S'il est négatif le cadran est non-enseulé.

L'angle Psi, style/cadran s'obtient par la formule :

$$\text{Sin} (Psi) = \sin (Phi) \cos (Z) - \cos (Phi) \sin (Z) \cos (D)$$

Dans la construction des cadrans Psi ne s'utilise qu'en valeur absolue. Il est important de remarquer que Psi est la latitude du CHE, abréviation de cadran horizontal équivalent, cas face vers ciel. L'angle Ro rotation de la ligne sous-stylaire peut être obtenu par la formule :

$$\text{Tan} (Ro) = [\cos (Phi) \sin (D)] / [\sin (Phi) \sin (Z) + \cos (Phi) \cos (Z) \cos (D)]$$

Si Psi est négatif il faut inverser le Signe du numérateur et aussi celui du dénominateur de cette fraction. Ro est, vu du CHE, l'azimut orthodromique du cadran réel. L'angle sigma, angle horaire auquel l'ombre du style polaire passe la ligne sous-stylaire, se calcule par :

$$\text{Tan} (Sigma) = [\sin(Z) * \sin(D)] / [\cos(Z) * \cos(Phi) + \sin(Z) * \sin(Phi) * \cos(D)]$$

Sigma est la différence de longitude entre le cadran réel et son CHE.

Pour ces formules il faut utiliser la fonction arc-tangente à deux arguments pour obtenir l'angle dans le bon quadrant.

### **Création de la fonction « arc-tangente à deux arguments » en degrés :**

*Soient :*

*Atan2 la valeur de l'angle, ici expliquée en degrés.*

*Nf la variable du numérateur de la fraction.*

*Df la variable du dénominateur de la fraction.*

*Nous créons la fonction que nous écrivons A = Atan2 (Nf, Df)*

*Soit B la variable à laquelle la valeur de l'angle est affectée à l'intérieur de l'algorithme de cette fonction.*

*Ligne 1 : Si Df = 0, Faire B = 90° : Sauter la ligne 2 et poursuivre ligne 3.*

*Ligne 2 : Calculer la valeur de l'angle B : B = Arc-tan (Nf / Df)*

*Ligne 3 : si Df < 0 Faire B = 180° + B*

*Ligne 4 : si B < 0 Faire B = 360° + B*

*Ligne 5 : affecter la valeur de B à la variable Atan2*

### **Formulaire simple de calcul de l'équation du temps :**

Obliquité de l'écliptique :  $\epsilon = 23.439 - 0.013 * (AN - 2000) / 100$

Longitude du périhélie:  $PE = 282.937 + 1.724 * (AN - 2000) / 100$

Numéro du jour dans l'année, (avec: k =2 les années communes, 1 les années bissextiles, m le mois, j le jour):  $N = INT(275 * m / 9) - k * INT((m + 9) / 12) + j - 30$

Longitude écliptique moyenne du Soleil :  $Lm = N * 360 / 365 + 279.9$

Anomalie moyenne :  $Mm = Lm - PE$

Longitude écliptique vraie du Soleil :  $Lv = Lm + 1.9146 * \sin(Mm) + 0.02 * \sin(2 * Mm)$

Anomalie vraie :  $Mv = Lv - PE$

Déclinaison du Soleil :  $\text{Sin} (\delta) = \sin(Lv) * \sin (\epsilon) ;$

Equation du temps Eq en heure :  $Eq = -0.1576 * \sin(2 * Lv) / \cos(\delta) + 0.1276 * \sin(Mv) + 0.0014 * \sin(2 * Mv)$  Ou encore:  $Eq = (-0.16416) * \sin(2 * Lv) + (0.12734) * \sin(Mv) + (0.00133) * \sin(2 * Mv)$

**Listing de l'équivalent de cette formule utilisé dans SOLARIUM :**

If Cc1 = 0 Then Cc1 = 1.9146: Cc2 = 0.02: Cc3 = 0.29

If Epsi = 0 Then Epsi = 23.43890088

La longitude écliptique moyenne du Soleil, zéro janvier environ 279.9°

$Lm = N * 360 / 365.25 + LmZéroJanv$

$Mm = Lm - Pe$  'Mm l'angle anomalie moyenne du Soleil

La longitude écliptique vraie du Soleil

$Lv = Lm + Cc1 * \text{Sind}(Mm) + Cc2 * \text{Sind}(2 * Mm) + Cc3 * \text{Sind}(3 * Mm)$

$Lv = Lv - \text{Int}(Lv / 360) * 360$

$Mv = Lv - Pe$  'l'angle anomalie vraie du Soleil

$De = \text{AsinD}(\text{sinD}(Lv) * \text{sinD}(Epsi))$  'La déclinaison du Soleil

Ascension droite alfa

$Si = \text{sinD}(Lv) * \text{cosD}(Epsi)$

$Co = \text{cosD}(Lv)$

$Ad = \text{Atan2D}(\text{Sind}(Lv) * \text{cosD}(Epsi), \text{cosD}(Lv))$

Equation du Temps.

$Eq = (Ad - Lm) / 15 + 12$

$Eq = Eq - \text{Int}(Eq / 24) * 24 - 12$  'Eq en heures décimales

$EqTable = \text{SexaMns}\$(Eq)$

\*\*\*\*\*

**Cartes postales en vente sur internet**







## Cadran à énigmes

Par Paul Gagnaire, photos de Alain Ferreira

*Le cadran solaire est lié au temps et à l'espace; il est donc plein de mystères. Déjà, l'art du cadranier pour découper sa maigre surface par toutes sortes de lignes graduées échappe à beaucoup. Mais, en outre, le cadran présente parfois d'étranges inscriptions qu'il faudrait déchiffrer, voici quelques exemples.*

### Lettres, initiales de mots sous-entendus

Il est courant de découvrir simplement les initiales du propriétaire ou bien celles du



A Vallouise: ZGF

cadranier, telle la signature célèbre Z.G.F, pour Zarbula Giovanni Francesco. Parfois aussi c'était G.F.Z ou G.Z.F. Egalement la lettre W peut apparaître suivie d'un nom pour signifier, dans les Alpes, EVVIVA. Ainsi W Laurent Borel signifie: Vive Laurent Borel. Plus compliqué, l'exemple que rapporte Charles Bourcier: à Sospel, un cadran portait les initiales suivantes:

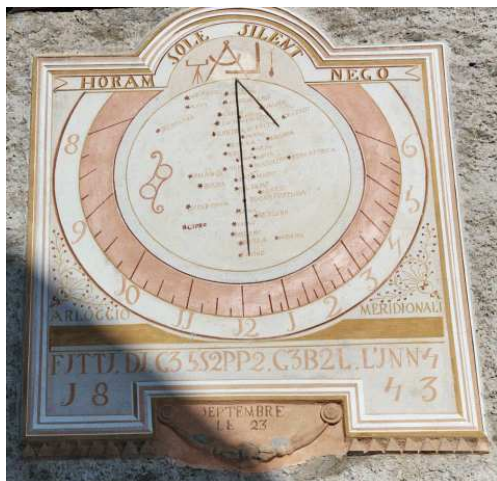


A Saint-Véran: GZF

S.S.S.Q.P.C.C. à interpréter par SI SOL SILET SILEO. QUI POTEST CAPERE CAPIAT, qui signifie: Si le Soleil se tait, je me tais. Comprenez qui peut comprendre.

Mais il n'est pas toujours bon de faire le malin et les habitants d'un village voisin de Sospel traduisirent en reprenant chaque première lettre: Sospéliens sont si sots que peu comprennent cela!

### Cryptogrammes par substitution de lettres



A Saint-Jean d'Arves, en Savoie, le cadran de l'église (photo ci-contre) est signé: FJTJ DJ G35S2PP2 G3B2L L'JNN4 J843. En remplaçant les chiffres par les voyelles dans leur ordre naturel il vient: FATTA DA GIUSEPPE GIBEL L'ANNO 1843.

### Camouflages par des lettres parasites

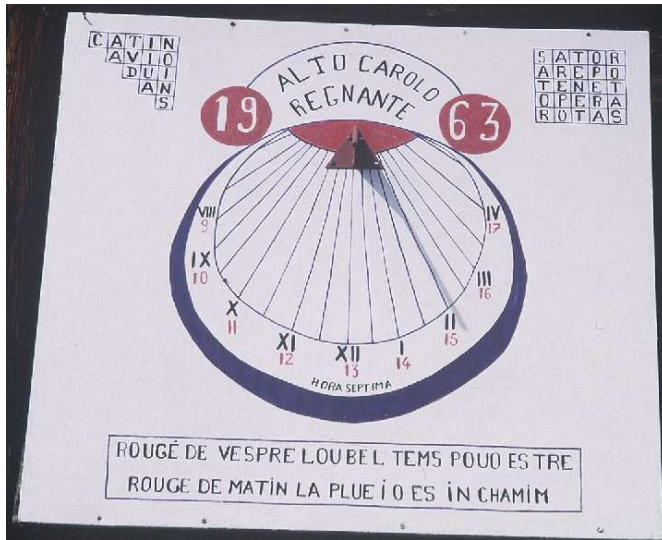
A Aime, en Savoie, sur l'église Saint-Sigismond, deux cadran présentent une devise en forme de quatrain, répartie par moitié sur chacun d'eux. Chaque distique contient des lettres écrites en caractères plus petits que l'ensemble. Voici le

texte, orthographe respectée:

A TOUTE HEURE Aux MECHANts DIEu PRODIGUe SEs DONs.  
 SOn SOLEIL LUIt SUr Lui AINSi QUe SUr LEs BONs  
 VERSe SEs FAVEURS SUR UNE AMe INFIDELLE  
 QUE L'ABUs DE SEs DONs RENDRa PLUs CRIMINEL

Si l'on supprime les 10 lettres S, sur un total de 27 lettres réduites, on pourrait lire: EUX TUENT RUIIERE EA. Or l'annuaire des postes connaît plusieurs Rulière. Alors ?

**Compositions de lettres analogues aux carrés magiques**



A Peynin (Hautes Alpes), à côté du carré SATOR, connu de tous, se voit la composition suivante:

C A T I N  
A V I O  
D U I  
A N  
S

A ce jour, aucune traduction satisfaisante n'a été proposée; certains y voient une allusion au maréchal de Catinat.

**Charades:**

En voici une trouvée sur un cadran

Piémontais :MERCE IL PREMIER SEGNO IL SECUNDO; MERCE L'INTIER MI TROVO AL MONDO soit: Grâce à mon premier je marque le second; Grâce à l'entier je suis au monde. Réponse proposée: SOL (le Soleil) et DI (le jour); Donc: SOLDI = l'argent (le prix payé au cadranier) ?

**Chronogrammes, parfaits ou imparfaits:**

Pour mémoire: ce ne sont pas des énigmes; il suffit de faire une addition de chiffres romains.

**Notes de musique**

Il y a le très joli: DO SI SOL soit: Je donne l'heure si le Soleil me la donne. Et nous oublierons sans regret le DO MI SI LA DO RE

\*\*\*\*\*

*Il est l'heure... (de Fabio Savian, Paderno Dugnano, Milan, Italy, à J-M Ansel qui nous transmet l'invention)*

Voici enfin le "réveil" que devrait posséder tout gnomoniste.

Ecologique, ne nécessitant aucun entretien. Il lui suffit d'un peu de soleil, voir de la pleine lune. Sa sonnerie ne devrait pas gêner les voisins, ni peut-être réveiller le dormeur.





## Positionneur Géographique Solaire (PGS)

par Jean Louis Gulon

*Cet instrument sert à positionner le lieu où nous sommes géographiquement, uniquement avec le Soleil comme repère astronomique. Avec quelques modifications et réglages techniques, on pourrait également utiliser le PGS sur le sol de Mars, (la taille de cette planète étant deux fois plus petite que la notre, la localisation de position en serait deux fois plus précise ... )*

L'instrument possède les caractéristiques de coordonnées de notre planète et la même inclinaison que celle-ci sur le plan écliptique. Ce dernier représente l'année avec son calendrier mobile, et par transformation en plan équatorial le cadran solaire.

La réalisation du Positionneur Géographique Solaire nous donne une précision de localisation au millionième de la surface, soit un rayon de 10 kilomètres pour la Terre.



Vue d'ensemble du PGS

rendez-vous avec le soleil moyen d'un lieu, il nous faut connaître précisément son avance ou son retard.

Cette valeur nous permet d'apporter la correction d'orientation du cadran solaire sur l'instrument, de sorte que le relèvement de temps du soleil vrai d'un lieu devienne le relèvement de temps du soleil moyen d'un lieu. Puisque notre montre est réglée au temps du soleil moyen sur le méridien international de Greenwich, nous apprenons, par comparaison, notre position longitudinale en temps de ce méridien. Quant à notre position de latitude, nous la recherchons par un artifice que je qualifierai ici d'ombre unique.

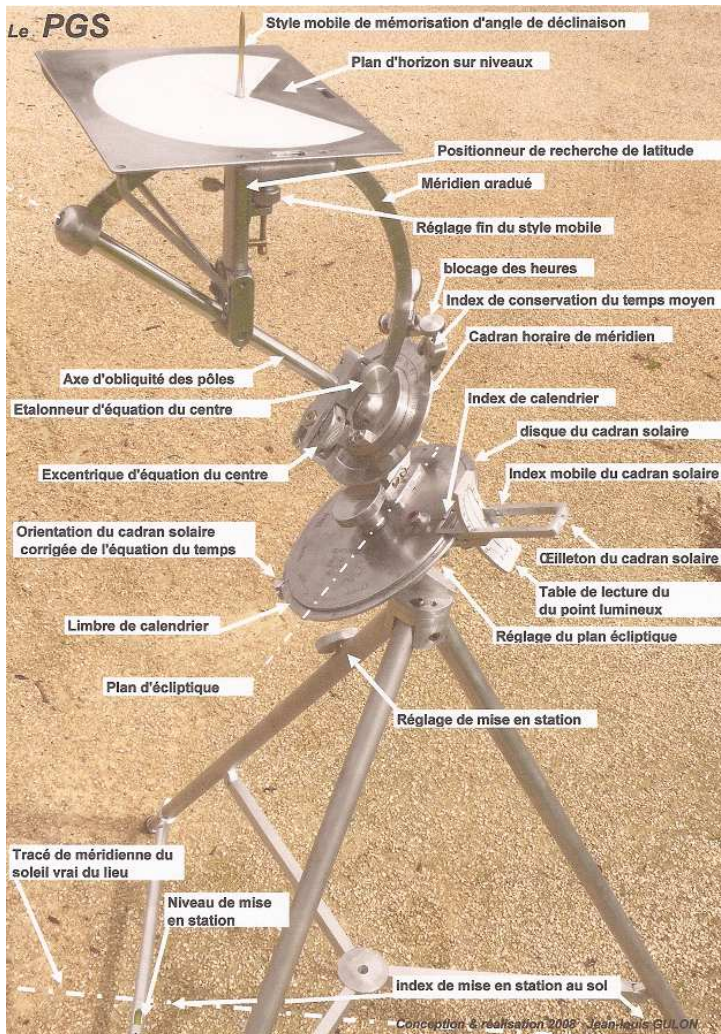
Précédemment par la longitude, nous avons bien identifié le méridien sur lequel nous sommes. Nous savons que sur chaque méridien à chaque instant, s'il existait une multitude de gnomons ou de styles identiques, chacun aurait son ombre personnalisée en dimension et en

De part cette petite performance, je le qualifierai donc simplement d'instrument pédagogique. Sur le plan explicatif, l'expérience nous prouve que la compréhension par la démonstration visuelle laisse à la mémoire un souvenir plus fidèle qu'un développement mathématique. J'ai donc pris, dès la conception de l'instrument, le parti de la naïveté pour faire simple. Dans son utilisation est inhibé, tout report aux tables éphémérides de coordonnées, aux formules, aux calculs, ainsi qu'à la moindre addition mentale.

Pour rechercher notre position, nous ne compterons que sur la géométrie de l'instrument, sa correcte mise en station et sur notre dextérité à faire des relevés de temps précis, sur le cadran solaire et notre montre .

Comme dans l'astronomie de position, la mesure du temps et de son équation est incontournable. Après la détermination au sol de la méridienne du soleil vrai du lieu, nous ferons ce premier relèvement par la cinématique de l'instrument. Cette notion "équation du temps", bien connue des cadraniers dans le monde des cadrans solaires est une singularité de la mécanique céleste, constatée par un écart de temps. Par conséquent, pour avoir

azimut suivant l'hémisphère Nord ou Sud. C'est donc dans l'instant du relèvement de position longitudinale qu'il nous faut identifier et mémoriser la dimension d'un style quelconque et celle de son ombre sur un plan de niveau. Ceci revient à faire sans rapporteur, ni sextant ou autres, l'enregistrement angulaire de la déclinaison du soleil avec l'horizon.

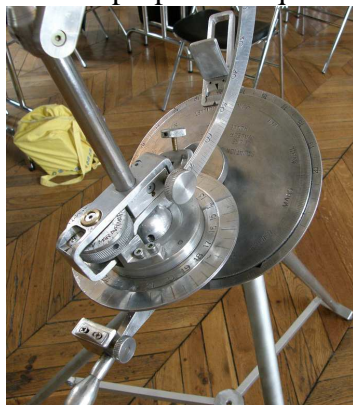


En navigation astronomique classique à ce stade, nous avons besoin de consulter la position du Soleil au moyen de tables de navigation et faire les corrections d'observation pour tracer la première droite de hauteur sur notre carte, près du point d'estime. Cette opération se répète au minimum 2 heures après, afin que la deuxième droite coupe la première en nous donnant le point de positionnement.

Avec le Positionneur Géographique Solaire, nous avons les tables de coordonnées dans la mobilité du système en indexant le plan de l'écliptique directionnellement sur le Soleil. Le limbe du calendrier permet au jour du relèvement la configuration réelle de la déclinaison du Soleil. Le cadran horaire interne permet également à l'heure du relèvement le positionnement réel de notre méridien.

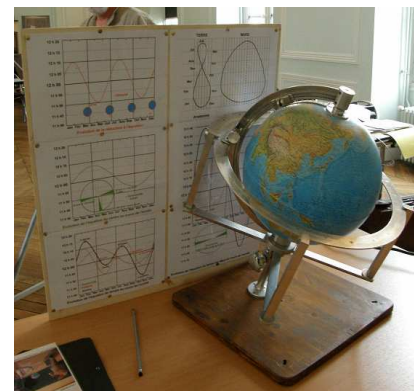
Nous pouvons donc maintenant, en manoeuvrant le plan mobile sur le méridien, rechercher la dimension de l'ombre du style dont nous

avons gardé la taille en mémoire. On la retrouve généralement deux fois sur la totalité du méridien, mais pour des relevés de position près du milieu de journée, le doute est levé par un grand éloignement des deux possibilités de latitude. Nous avons aussi, un sens de rotation de l'ombre propre à chaque hémisphère.



Décision prise et après avoir immobilisé le positionneur du plan, nous pouvons lire à l'index de celui-ci, le degré de latitude sur le méridien gradué. Il correspond naturellement à la latitude du lieu où nous sommes sur la planète.

◀ Détail du système de réglage Supports pédagogiques accompagnant l'utilisation du PGS ▶



\*\*\*\*\*



## Exactitude des cadrans, une astuce

Par Maurice Kieffer

Voici une astuce pour vérifier l'exactitude des cadrans solaires photographiés lors de vos voyages. Elle est complétée des feuilles de calculs sous Excel.

Avant de partir, recherchez la longitude et la latitude du lieu (par exemple sur Google Earth) en prenant soin de centrer le lieu de la zone visitée. Puis sur la feuille de calcul « Ephémérides » introduisez les coordonnées du lieu ainsi que le nom de la localité. (Le fichier « Ephémérides » Excel est en annexe)

LONGITUDE	-7.16	LATITUDE	47.82	Lever/Coucher Sol
LIEU	STEINBACH	DECALAGE LEGALE	1	h

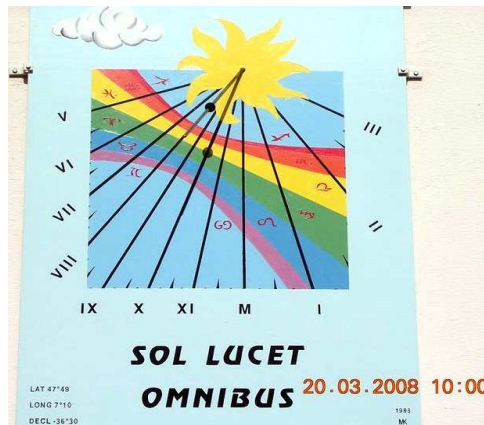
Imprimez la feuille « Midi vrai du lieu » et réglez l'heure solaire sur votre appareil photo :

= **Heure légale – (midi solaire – 12 H)**

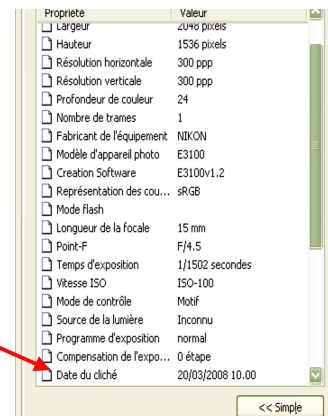
Prenez soin de régler l'heure en tenant compte des secondes, puisqu'il n'y a pas de réglage possible des secondes sur les appareils photos. Exemple : date 20/3/2008 midi solaire 12h 38' 44". Heure de réglage de l'appareil photo:

**6h 05' 44" - (12h 38' 44" - 12h) = 5h 27'**

Affichez 5h 27' sur votre appareil photo et à 6h 05' 44" heure légale, vous confirmez le réglage. En prenant une photo à 10h 38' 44" vous avez une photo avec l'heure solaire.

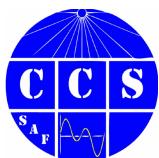


Si vous ne voulez pas imprimer la date et l'heure sur votre photo, vous pouvez vérifier l'heure de la prise de vue en cliquant à droite sur la souris / propriétés / résumé / avancé.



⇒ Dans la version CDrom de Cadran Info vous trouverez en **annexe**: les éphémérides 2008 et 2009; la table des erreurs (dossier "circonférence latitude") et le diaporama présenté lors de la réunion à Sens.

\*\*\*\*\*



## La famille Apoly-Ameri

par Jean-Michel Ansel et Yves Opizzo

*Yves Opizzo est heureux de vous annoncer la naissance des petits frères de l'Apolyterre. En attendant une présentation définitive, voici à mai 2008 le point sur le développement de la famille Apoly-Ameri.*

### L'Apolyterre



Il a été décrit dans Cadran Info N° 17, le premier "Apolyterre" installé à Bisingen en Allemagne. Nous ne reviendrons pas sur ce "cadran solaire boule" capable de donner plus de 50 informations astronomiques différentes.

### L'Apolyciel

Cet appareil est en cours de réalisation. Il permet en outre de déterminer 12 autres variables :

- 1) Longitude écliptiques du Soleil (avec méridien écliptique mobile)
- 2) Latitude et longitude écliptiques de la Lune (idem)
- 3) Plan de l'écliptique en plein jour
- 4) Temps Sidéral Vrai Local
- 5) Méridien local
- 6) Longitude et latitude géographiques du lieu
- 7) Constellations (les 88)
- 8) Constellation dans laquelle le Soleil se trouve actuellement
- 9) Même chose pour la Lune ou les planètes
- 10) Levers et couchers de toute étoile visible à l'œil nu
- 11) Distances angulaires célestes
- 12) Ligne des nœuds lunaire (mécanisme manuel) sur version « observatoire »



### L'Américiel

Celui-ci est encore au stade de prototype. Il est constitué d'un anneau méridien réglable en latitude et d'un plan équatorial. Par ailleurs, une partie mobile permet le réglage en longitude et en équation du temps. L'instrument est utilisable de VI à XVIII (TVL) et plus selon le réglage de cette partie mobile.

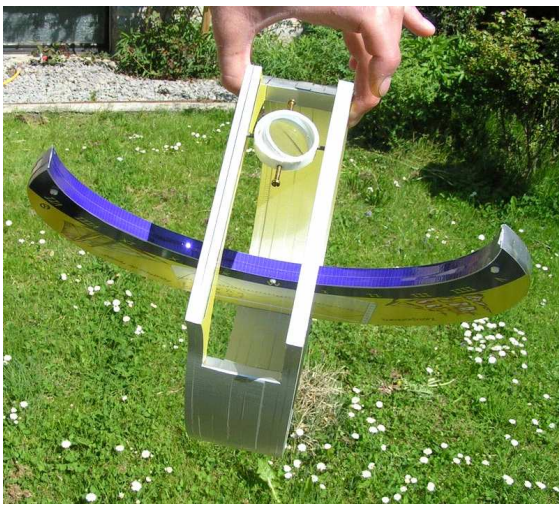
Le sténopé d'un anneau équinoxial est ici remplacé par une lentille orientable dans deux plans.

Ce type d'instrument permet de déterminer aisément le méridien local, lorsque la latitude est connue. Dans le cas contraire, la latitude sera obtenue par itérations successives à l'aide d'un bon compas de marine donnant une direction fixe.

Une fois bien orienté, l'instrument procure avec une bonne précision le TVL (de l'ordre de la minute) ou le temps légal.

Ce point est essentiel: la précision obtenue permet de déterminer la longitude du lieu, dans la mesure où un chronomètre (de marine comme il se doit) procure le temps légal d'un méridien quelconque. La différence de temps, en tenant compte de l'équation du temps et de l'éventuelle heure d'été donne directement, en minutes d'heures, la différence de longitude avec ce méridien.

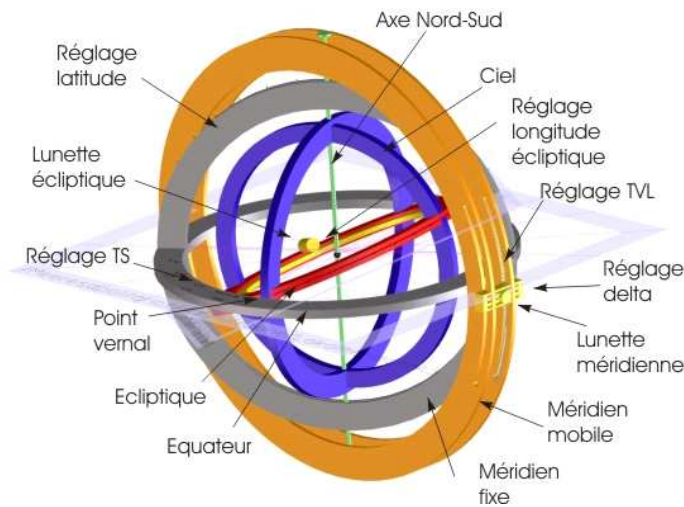
Une intéressante question historique se pose ici : si un simple appareil du type Américiel est en mesure de donner aisément, sans erreurs grossières ni calculs fastidieux, la longitude du lieu, *pourquoi les marins des siècles passés n'eurent-ils quasiment jamais recours à la gnomonique ?*



### L'Apolymer

Le premier apolymer n'existe qu'en version informatique 3D. Il n'est malheureusement pas encore "présentable". Il devrait être prêt d'ici le solstice d'été, et peut-être qu'une version prototype sera créée en acier inox ou en aluminium éloxé.

La difficulté de réalisation d'un tel instrument est certainement la raison de sa non existence. En effet, la précision demandée à tous les niveaux est considérable.



\*\*\*\*\*

Ci-contre l'Apolymer virtuel en cours d'élaboration, permettant de déterminer la longitude du lieu atteint sans connaître l'heure d'un méridien de référence. A noter qu'un méridien écliptique mobile sera ajouté afin de viser la Lune selon ses latitude et longitude écliptiques.



## Les échelles des levers et couchers

par Denis Savoie

*Sur la façade méridionale de l'Hôtel des Invalides à Paris est tracé un magnifique double cadran solaire, qui date du XVIII<sup>e</sup> siècle, et qui comporte une rareté en gnomonique, à savoir une échelle crantée des levers et couchers géométriques<sup>1</sup>. Ce qui signifie que lorsque la tache de lumière projetée par l'œilleton coupe cette échelle, on peut savoir à quelle heure s'est levé le Soleil et à quelle heure il se couchera<sup>2</sup>.*

On pourrait objecter que les cadrans d'heures italiques ou babyloniens donnent déjà un tel résultat, à la condition toutefois de disposer en plus d'un cadran de temps solaire vrai, ce qui surcharge parfois le tracé qui perd en lisibilité.

Avant d'expliquer la façon de calculer une telle échelle, on se propose de décrire celle du cadran des Invalides et son utilisation.

### 1 – Le cadran double méridional des Invalides

Le cadran de gauche (fig. 1), qui comporte une méridienne de temps moyen, possède une double chiffraison : en noir, horizontalement, l'heure solaire, et en rouge, verticalement, les heures de lever du Soleil. Ces chiffres rouges se rapportent à une échelle crantée alternativement de petits rectangles rouges et blancs cassés, très comprimés vers le haut du cadran. Ces crans sont en relation avec des arcs diurnes et avec des étoiles qui marquent les demi-heures.

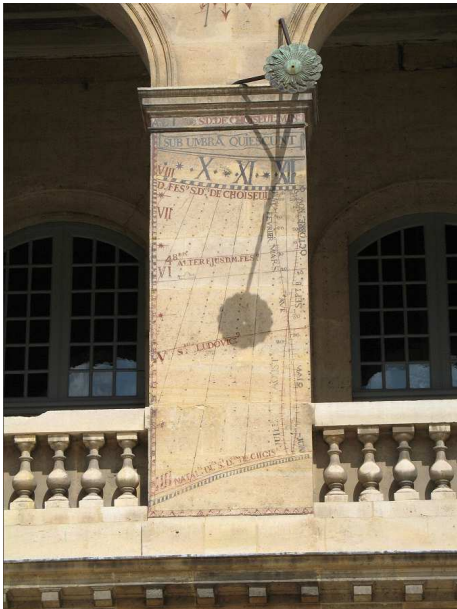


Fig 1

Ce cadran fonctionne avec la tache de lumière projetée par un œilleton : lorsque la tache s'engage sur le mur, elle coupe par exemple un rectangle rouge. Imaginons que l'on soit le jour de l'équinoxe de printemps, le 20 mars. On sait qu'à cette date, le Soleil se lève à 6 h, ce qu'indique effectivement le chiffre VI, d'où part d'ailleurs la droite des équinoxes. Sous cette droite, on trouve un arc d'hyperbole noté S. Ludovic, qui correspond à la Saint Louis le 25 août. Si l'on tient compte du fait que le cadran a été tracé au XVIII<sup>e</sup> siècle, il s'ensuit que la déclinaison du Soleil le 25 août était sensiblement de + 10° 45', ce qui faisait lever le Soleil aux Invalides ( $\phi = 48^\circ 51'$ ) à 5 h 10 m. En fait cet arc d'hyperbole était atteint dès le printemps (puisque la déclinaison passe deux fois par une même valeur) le 17 avril. Entre la droite des équinoxes et l'arc du 17 avril, on compte 17 crans sur l'échelle des levers ; l'accroissement du jour entre l'équinoxe de

<sup>1</sup> Voir A. Gotteland et G. Camus, *Cadrans solaires de Paris*, éd. du CNRS, Paris, 1993, p. 120-122. Il est fort probable que des restaurations successives, pas forcément menées de façon compétente, ont altéré la cohérence de l'échelle.

<sup>2</sup> Il s'agit bien entendu des levers et couchers géométriques du Soleil, c'est-à-dire rapportés au centre du Soleil et sans tenir compte de la réfraction. Les heures sont toutes en temps solaire vrai.



printemps et le 17 avril étant de 50 minutes, on en déduit, en négligeant les erreurs de restauration et le fait que ces calculs sont supposés correspondre à la réalité de l'époque, que chaque cran représente 3 minutes.

Il existe cependant des anomalies ; par exemple sur une photographie récente, on compte 43 crans entre l'équinoxe de printemps et le solstice d'été, ce qui suppose une augmentation de la durée du jour de  $43 \times 3 = 129$  minutes, d'où un lever du Soleil le 21 juin à 3 h 51 m ; en théorie le Soleil se lève à 4 h 01 m. Mais sur un dessin de G. Camus<sup>3</sup>, à qui on peut faire toute confiance, on relève 39 crans, ce qui fait lever le Soleil à 4 h 03 m, résultat très proche de la réalité. Une restauration peu sérieuse sera-t-elle intervenue depuis ?

Sur le cadran de droite (fig. 2), on retrouve la même échelle crantée, avec en plus des losanges rouges qui marquent les quarts d'heures, en plus des étoiles qui marquent les demi-heures. Là encore, les crans représentent des espaces de 3 minutes. Lorsque la tache de lumière quitte le cadran, on peut lire l'heure de coucher du Soleil.

Il existe plusieurs difficultés dans la lecture de cette échelle ; la première tient au fait que le cadran est situé assez haut et qu'il n'est pas facile de lire à quel endroit cranté passe la tache de lumière. Cette opération de lecture ne peut durer que quelques minutes, lorsque la tache de lumière s'engage sur le cadran ou le quitte. On peut cependant interpoler *grosso modo* au cours de la journée où la tache est entrée (et où elle va sortir du cadran), de sorte que l'on peut estimer les heures de lever-coucher. Heureusement, les sous-divisions en étoiles et losanges aident à la lecture, à condition de le savoir évidemment !

L'échelle est encore très valable en ce début du XXI<sup>e</sup> siècle, car même si l'obliquité de l'écliptique a diminué d'un peu plus de 2' depuis l'époque de la construction du cadran, cela n'a pas eu de répercussion sensible dans les heures de lever-coucher, à la précision du cadran.



Fig 2

## 2 – Calcul d'une échelle de lever-coucher sur un cadran vertical

Calculer une échelle crantée de lever-coucher revient à calculer un angle horaire particulier du Soleil pour un vertical fixe d'azimut : lorsque la tache de lumière issue du Soleil coupe l'échelle crantée, son azimut est constant, quelle que soit la date. Il n'y a que la position de l'ombre en ordonnée qui varie et c'est ce que l'on va chercher. On supposera que l'on connaisse les paramètres du cadran vertical (latitude  $\phi$ , déclinaison gnomonique  $D$ , longueur du style droit  $a$ ).

Appelons (fig. 3)  $L$  la distance du bord gauche du cadran à la verticale passant par le pied du style droit (on appellera  $L'$  la distance du bord droit). Attention : cette longueur représente dans les calculs une abscisse ; il faut donc prendre le signe – pour l'échelle des levers (et le signe + pour l'échelle des couchers).

Soit  $H_0$  l'angle horaire du Soleil à son lever (ou à son coucher), – qu'on appelle l'arc semi diurne –,  $\delta$  la déclinaison du Soleil. Pour un  $H_0$  donné, on calcule successivement :

<sup>3</sup> Voir A. Gotteland et G. Camus, *Cadrans solaires de Paris, op. cit.*, p. 121.

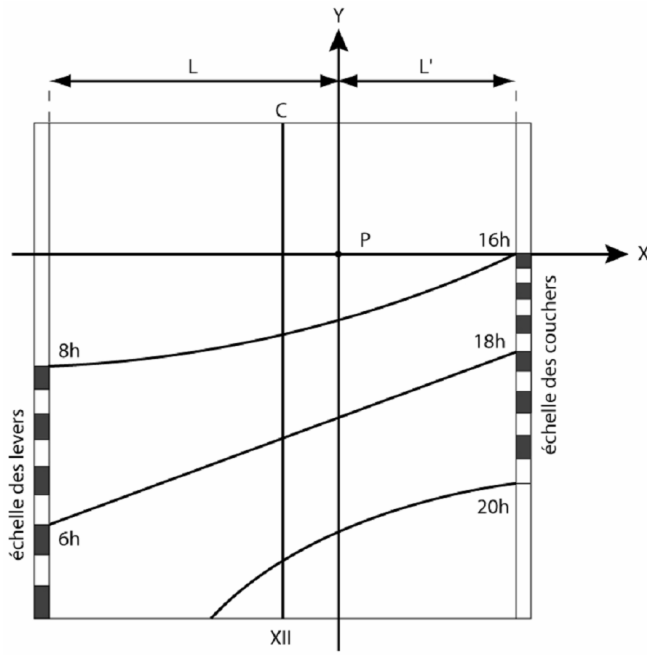


Fig 3

$$\tan A = \frac{-L \cos D - a \sin D}{L \sin D - a \cos D}$$

A est l'azimut du Soleil lorsque l'extrémité de l'ombre du style coupe l'échelle crantée. On cherche ensuite la déclinaison du Soleil correspondant à l'arc semi-diurne fixé :

$$\tan \delta = -\frac{\cos H_0}{\tan \phi}$$

Notons que  $H_0$  ne peut pas prendre n'importe quelles valeurs ; pour l'échelle des levers, les valeurs limites de  $H_0$  sont celles du lever au solstice d'été et au solstice d'hiver :

$$\cos H_0 = \pm \tan \phi \tan \varepsilon$$

avec  $\varepsilon = 23^\circ 26'$ .

On prend le signe + pour le solstice d'été et le signe - pour le solstice d'hiver. Ensuite on affecte le signe - pour un angle horaire correspondant au lever (et le signe + pour le coucher).

Ayant la déclinaison du Soleil, on cherche l'angle horaire du Soleil par l'intermédiaire d'un angle auxiliaire :

$$\tan M = \sin \phi \tan A$$

$$\sin (M - H) = \cotan \phi \tan \delta \sin M$$

d'où l'on déduit H. On s'assurera que si  $A < 0$ , H doit aussi être négatif.

Il ne reste plus qu'à calculer l'ordonnée y d'un cran de l'échelle, y étant compté depuis l'horizontale passant par le pied du style droit (y est toujours négatif pour un cadran solaire vertical) :

$$y = a \frac{-\cos \phi \cos H - \sin \phi \tan \delta}{\sin D \sin H + \sin \phi \cos D \cos H - \cos \phi \cos D \tan \delta}$$

Si l'on désire obtenir des crans toutes les 3 minutes par exemple, il suffit de faire varier  $H_0$  de  $0^\circ,75$  en  $0^\circ,75$ .

Exemple : calculons l'échelle des levers puis des couchers du cadran solaire des Invalides à Paris. Les paramètres du cadran sont :  $\phi = 48^\circ 51'$ ,  $D = 4^\circ 30'$ ,  $a = 65,6$  cm,  $L = -59,6$  cm.

L'angle horaire au lever du solstice d'été :  $H_0 = -119^\circ 44'$

L'angle horaire au lever du solstice d'hiver :  $H_0 = -60^\circ 16'$

L'angle horaire au coucher du solstice d'été :  $H_0 = +119^\circ 44'$

L'angle horaire au coucher du solstice d'hiver :  $H_0 = +60^\circ 16'$

On en déduit que  $A = -37^\circ,7563$  : c'est l'azimut du Soleil lorsque la tache de lumière projetée par l'œilleton tombe sur l'échelle des levers. Voici quelques résultats pour des valeurs de  $H_0$  variant de  $7^\circ,5$  en  $7^\circ,5$  :

$H_0 = -112.5^\circ = 4 \text{ h } 30$	$\delta = +18.491^\circ$	$H = -21.783^\circ$	$y = -126.19 \text{ cm}$
$H_0 = -105^\circ = 5 \text{ h}$	$\delta = +12.745^\circ$	$H = -24.534^\circ$	$y = -100.49 \text{ cm}$
$H_0 = -97.5^\circ = 5 \text{ h } 30$	$\delta = +6.507^\circ$	$H = -27.371^\circ$	$y = -79.12 \text{ cm}$
$H_0 = -90^\circ = 6 \text{ h}$	$\delta = 0^\circ$	$H = -30.249^\circ$	$y = -61.24 \text{ cm}$
$H_0 = -82.5^\circ = 6 \text{ h } 30$	$\delta = -6.507^\circ$	$H = -33.127^\circ$	$y = -46.19 \text{ cm}$
$H_0 = -75^\circ = 7 \text{ h}$	$\delta = -12.745^\circ$	$H = -35.963^\circ$	$y = -33.48 \text{ cm}$
$H_0 = -67.5^\circ = 7 \text{ h } 30$	$\delta = -18.491^\circ$	$H = -38.715^\circ$	$y = -22.70 \text{ cm}$

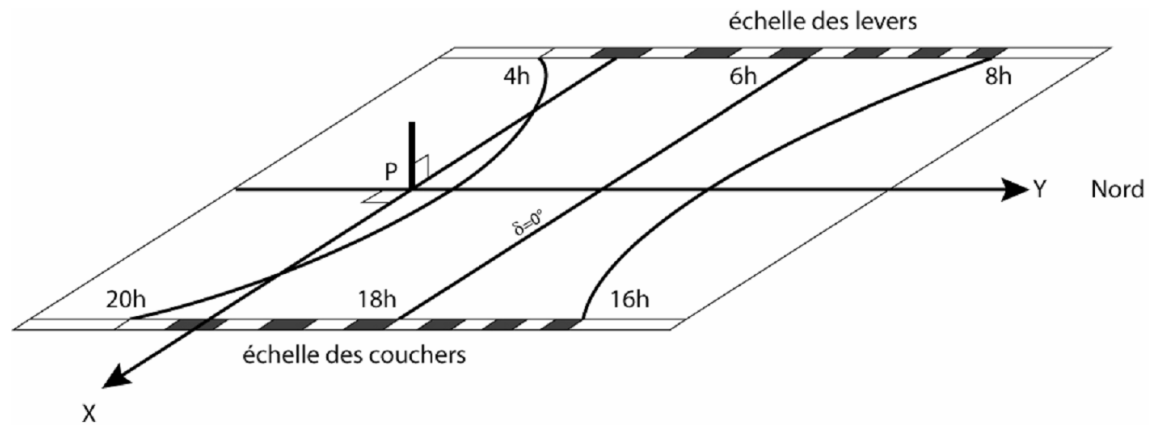
Pour l'échelle des couchers, seule la distance  $L'$  du bord du cadran au pied du style droit change :  $L' = +63,6 \text{ cm}$ . On en déduit que  $A = 48^\circ,613$ . Calculons quelques coordonnées :

$H_0 = +67.5^\circ = 16 \text{ h } 30$	$\delta = -18.491^\circ$	$H = +51.458^\circ$	$y = -13.86 \text{ cm}$
$H_0 = +90^\circ = 18 \text{ h}$	$\delta = 0^\circ$	$H = +40.514^\circ$	$y = -52.79 \text{ cm}$
$H_0 = +112.5^\circ = 19 \text{ h } 30$	$\delta = +18.491^\circ$	$H = +29.569^\circ$	$y = -114.49 \text{ cm}$

Comme les crans ont une certaine épaisseur  $\Delta x$ , il convient en toute rigueur de calculer  $y$  pour  $L'$  et pour  $L' + \Delta x$  (idem pour l'échelle du matin), surtout si le cadran est très déclinant. Bien entendu, il n'est pas toujours possible de tracer une telle échelle sur les bords du cadran, surtout si celui-ci est fortement déclinant.

### 3 – Autres cas

On peut évidemment tracer une telle échelle sur tous les types de cadrans d'angle horaire, à commencer par l'horizontal. Imaginons que celui-ci soit rectangulaire et appelons  $L$  sa largeur, c'est-à-dire la distance de la ligne midi à un bord (fig.4).



L'échelle crantée va occuper les bords Est (échelle des couchers) et Ouest (échelle des levers) du cadran ; d'ailleurs les deux échelles sont symétriques. On cherche donc la coordonnée  $y$ , donc comptée depuis le pied du style droit, d'un cran de l'échelle. On procède de la même façon qu'avec le cadran vertical, avec toutefois des simplifications :

- on fixe d'abord l'arc semi-diurne  $H_0$  puis on déduit la déclinaison  $\delta$  du Soleil :

$$\tan \delta = -\frac{\cos H_0}{\tan \phi}$$

On cherche ensuite quel est l'angle horaire H du Soleil correspondant à une déclinaison et une largeur L données (a est la longueur du style droit). On calcule successivement :

$$\tan M = \frac{L}{a} \cos \phi \quad \text{puis}$$

$$\sin(M - H) = \frac{L}{a} \sin \phi \tan \delta \cos M$$

d'où l'on déduit H. Il ne reste plus qu'à calculer l'ordonnée y d'un cran de l'échelle, y étant compté depuis le pied du style droit vers le Nord :

$$y = a \frac{\sin \phi \cos H - \cos \phi \tan \delta}{\cos \phi \cos H + \sin \phi \tan \delta}$$

H<sub>0</sub> ne peut pas prendre n'importe quelles valeurs : pour l'échelle des levers (et des couchers qui est symétrique par rapport à la ligne midi), les valeurs limites de H<sub>0</sub> sont celles du lever (ou du coucher) au solstice d'été et au solstice d'hiver.

Exemple : soit un cadran solaire horizontal de 40 cm de large (donc L = 20 cm) installé à 48° de latitude et dont le style droit mesure 10 cm. Calculons quelques points de l'échelle crantée des couchers :

H <sub>0</sub> = 65°	δ = - 20.833°	H = 33.443°	y = 31.74 cm
H <sub>0</sub> = 75°	δ = - 13.118°	H = 41.266°	y = 21.67 cm
H <sub>0</sub> = 85°	δ = - 4.487°	H = 49.228°	y = 14.20 cm
H <sub>0</sub> = 95°	δ = 4.487°	H = 57.235°	y = 8.32 cm
H <sub>0</sub> = 105°	δ = 13.118°	H = 65.197°	y = 3.43 cm
H <sub>0</sub> = 115°	δ = 20.833°	H = 73.020°	y = - 0.79 cm

Pour l'échelle des levers, ce sont les mêmes valeurs, mis à part que L = - 20 cm. On notera que dans le cas du cadran horizontal, les ordonnées des points du solstice d'été (lever et coucher) peuvent être négatives.

On pourrait calculer une échelle crantée pour un cadran polaire, équatorial ou incliné-déclinant. Le principe est à chaque fois le même : dans les deux équations donnant les coordonnées rectangulaires x et y de l'extrémité de l'ombre d'un style droit, on pose que x est égal à la largeur du cadran : cette valeur x est donc fixe. A partir de l'arc semi-diurne, on déduit la déclinaison du Soleil et on cherche quel est l'angle horaire du Soleil qui correspond à un x et un δ donnés. Ceci suppose à chaque fois de résoudre une équation de la forme A sin H + B cos H = C. Ayant H et δ, on obtient facilement l'ordonnée<sup>4</sup>. Les formules sont un peu lourdes pour un cadran incliné-déclinant mais se résolvent sans trop de problèmes. Dans le cas des cadrans équatoriaux et polaires, il n'y a aucune difficulté puisqu'on a directement l'angle horaire sans résoudre d'équation.

\*\*\*\*\*

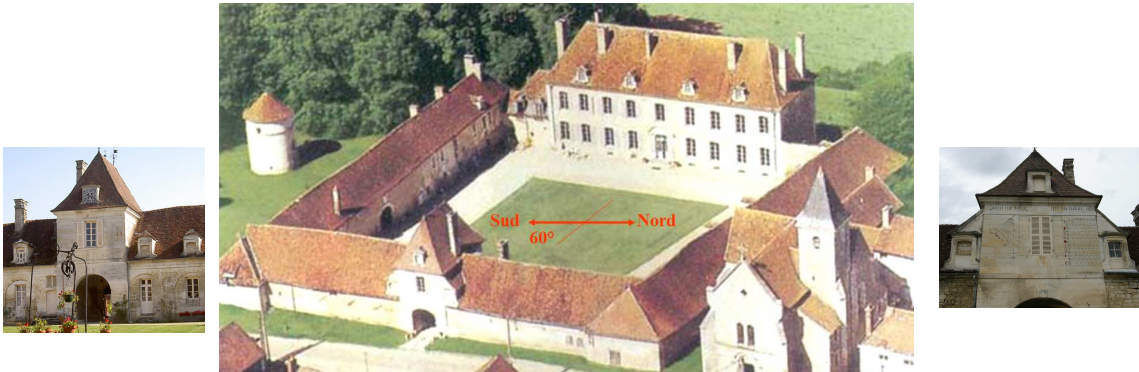
<sup>4</sup> D.Savoie, *La Gnomonique*, Les Belles Lettres, Paris, 2007, p. 119-120.



## Cadrans du château de Béru

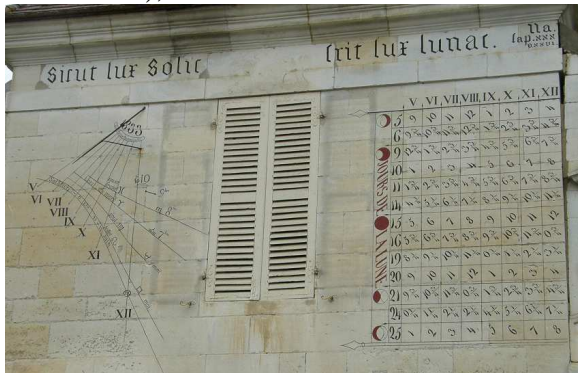
par Oudenot Gérard

*Situé à 30 km d'Auxerre, capitale de l'Yonne, le château de Béru est situé en plein coeur du village de BERU. Le château possède six cadrans solaires dont la construction s'étale sur plusieurs siècles. Ce sont des cadrans classiques.*



### Le cadran solaire vertical du portail d'entrée

Au dessus du portail d'entrée du château, on trouve à gauche un cadran solaire vertical, daté de 1833 et signé "ECCL<sup>e</sup> Rector Boucheron Fecit" (fait par le supérieur Boucheron), et à droite une table lunaire. L'ensemble est surmonté d'une devise "Sicut lux



solis - Erit lux lunae", qui est tirée du livre d'Isaïe ; c'est le début du verset 26 du chapitre 30 : "La lumière de la Lune sera comme la lumière du Soleil".

Nous parlerons après de la table lunaire, commençons par nous intéresser au cadran solaire qui mesure environ 1,20 m de large sur 1,80 m de hauteur. La table du cadran porte les heures de V à XII, c'est-à-dire qu'il s'agit d'un cadran du matin; donc le mur sur lequel il est peint et gravé, est orienté vers le sud-est. La déclinaison gnomonique du mur est d'environ - 60°. Le style, est constitué d'une tige de fer lancéolée avec œilleton ; il possède un renfort horizontal qui s'appuie sur la ligne de midi. L'œilleton permet d'avoir une idée de la date car, en plus des heures, la table porte les arcs diurnes d'entrée dans les signes zodiacaux, sauf l'arc du solstice d'hiver qui ne figure pas.

La table lunaire, qui mesure environ 1,55 m de large sur 2 m de hauteur, permet une lecture directe de l'heure solaire à partir de l'ombre donnée par la Lune sur le cadran.

Puisque la Pleine Lune est opposée au Soleil, l'heure solaire indiquée sera égale à l'heure lunaire lue, plus douze heures. Par exemple si l'heure indiquée est XII (midi), il sera midi plus 12, c'est-à-dire minuit. Le lendemain, la Lune se sera décalée de 12,2° vers l'est, ce qui signifie que la Terre devra tourner de 12,2° de plus, pour que l'ombre lunaire indique la même heure solaire. 12,2° équivalent à 48,8 minutes (12,2 x 24 x 60 / 360), ou 48 minutes

sur une lunaison de 30 jours, qu'on arrondi généralement à trois quarts d'heures, comme c'est le cas ici. Donc le lendemain de la Pleine Lune, lorsque l'ombre de la Lune indiquera XII, il sera minuit et trois quarts. Et ainsi de suite pour les jours suivants. Pour ceux qui précèdent on procédera de la même manière, en enlevant, cette fois-ci, 45 minutes par jour qui précède la Pleine Lune. La table lunaire est construite de la manière suivante :

	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
5	9	10	11	12	1	2	3	4
6	9 $\frac{3}{4}$	10 $\frac{3}{4}$	11 $\frac{3}{4}$	12 $\frac{3}{4}$	1 $\frac{3}{4}$	2 $\frac{3}{4}$	3 $\frac{3}{4}$	4 $\frac{3}{4}$
9	10 $\frac{3}{4}$	1 $\frac{3}{4}$	2 $\frac{3}{4}$	3 $\frac{3}{4}$	4 $\frac{3}{4}$	5 $\frac{3}{4}$	6 $\frac{3}{4}$	7 $\frac{3}{4}$
10	1	2	3	4	5	6	7	8
11	1 $\frac{3}{4}$	2 $\frac{3}{4}$	3 $\frac{3}{4}$	4 $\frac{3}{4}$	5 $\frac{3}{4}$	6 $\frac{3}{4}$	7 $\frac{3}{4}$	8 $\frac{3}{4}$
14	4 $\frac{1}{4}$	5 $\frac{1}{4}$	6 $\frac{1}{4}$	7 $\frac{1}{4}$	8 $\frac{1}{4}$	9 $\frac{1}{4}$	10 $\frac{1}{4}$	11 $\frac{1}{4}$
15	5	6	7	8	9	10	11	12
16	5 $\frac{3}{4}$	6 $\frac{3}{4}$	7 $\frac{3}{4}$	8 $\frac{3}{4}$	9 $\frac{3}{4}$	10 $\frac{3}{4}$	11 $\frac{3}{4}$	0 $\frac{3}{4}$
19	8 $\frac{1}{4}$	9 $\frac{1}{4}$	10 $\frac{1}{4}$	11 $\frac{1}{4}$	0 $\frac{1}{4}$	1 $\frac{1}{4}$	2 $\frac{1}{4}$	3 $\frac{1}{4}$
20	9	10	11	12	1	2	3	4
21	9 $\frac{3}{4}$	10 $\frac{3}{4}$	11 $\frac{3}{4}$	0 $\frac{3}{4}$	1 $\frac{3}{4}$	2 $\frac{3}{4}$	3 $\frac{3}{4}$	4 $\frac{3}{4}$
24	0 $\frac{1}{4}$	1 $\frac{1}{4}$	2 $\frac{1}{4}$	3 $\frac{1}{4}$	4 $\frac{1}{4}$	5 $\frac{1}{4}$	6 $\frac{1}{4}$	7 $\frac{1}{4}$
25	1	2	3	4	5	6	7	8

- La première colonne présente une vue (symbolique) de la phase de la Lune.
- La deuxième colonne indique l'âge de la Lune, c'est-à-dire le nombre de jours qui se sont écoulés depuis la dernière Nouvelle Lune.

Remarquons qu'il n'est pas nécessaire de marquer les premiers et derniers jours de la Lune, car alors l'éclat de la Lune est faible et elle ne donne pas d'ombre sur le cadran. Par exemple, 4 jours avant ou après la Pleine Lune, elle a déjà perdu 70% de son éclat. De plus, lors des premiers et derniers jours de la Lune, elle est proche du Soleil ; on ne voit donc que l'ombre due à ce dernier.

- La première ligne nous indique la lecture de l'ombre lunaire lue sur le cadran solaire.

Ici la table commence au 5<sup>ème</sup> jour de la Lune (ce qui est généreux, le Premier quartier aurait suffi). On voit que si on lit V il sera 9 heures (du soir), VI il sera 10 heures, ... VIII il sera minuit, etc.

Le lendemain, 6<sup>ème</sup> jour de la Lune, on constate le décalage annoncé de  $\frac{3}{4}$  d'heure.

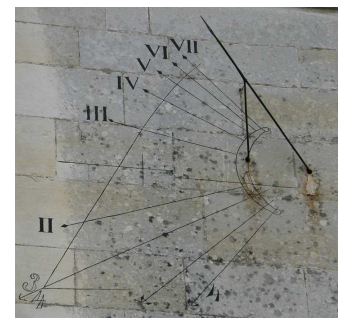
Tous les jours de la Lune ne figurent pas. Il manque les 7<sup>ème</sup>, 8<sup>ème</sup>, 12<sup>ème</sup>, 13<sup>ème</sup>, 17<sup>ème</sup>, 18<sup>ème</sup>, 22<sup>ème</sup> et 23<sup>ème</sup> jours. Ce n'est pas très gênant, par exemple pour obtenir le 12<sup>ème</sup> jour, il suffira de rajouter  $\frac{3}{4}$  d'heure au 11<sup>ème</sup> jour, et pour obtenir le 13<sup>ème</sup>, de retrancher  $\frac{3}{4}$  d'heure au 14<sup>ème</sup> jour.

Cette table lunaire présente l'avantage, par rapport à d'autres tables lunaires, comme celle plus ancienne de Cambridge (1642) ou celle plus récente de Carcassonne (1961) due à René Rohr, de donner directement l'heure solaire sans avoir à faire la conversion :

$$\text{heure solaire} = \text{heure lue à la Lune} + \text{correction de temps pour le jour considéré.}$$

### Le cadran solaire vertical sur le mur opposé au portail d'entrée.

Passé l'entrée du château, on pénètre dans la cour ; en se retournant on distingue à droite un vaste cadran vertical, gravé et peint, sur le mur opposé au portail d'entrée. Puisqu'il est opposé au cadran précédent, c'est donc un cadran très déclinant de l'après midi. Il a une taille semblable au cadran du portail et porte des lignes horaires, difficilement lisibles, de II à VII, ainsi que l'équinoxiale. Son style, linéaire est lancéolé avec œillette ; il possède un renfort qui s'appuie en un point situé légèrement en dessous de la ligne de trois heures.



## La méridienne de temps vrai

Au fond de la cour du château, on trouve une méridienne de temps vrai dans l'embrasure de la fenêtre située tout de suite à gauche de la porte. Haute d'environ 90 cm, elle est, comme la plupart de ses semblables, constituée d'une plaque percée d'un œilleton, qui donne un point de lumière, indiquant le midi solaire vrai lorsqu'il passe sur la ligne verticale marquée XII. A noter la découpe faite dans le volet permettant à la coupelle de l'œilleton de prendre place lorsque celui-ci est rabattu.



## Le cadran solaire dans les rosiers



Sur le mur occidental de la cour du château, caché par des rosiers, se dissimule un petit cadran vertical rectangulaire, auquel il manquerait le style et serait daté de 1742.



Remarque: lors de la visite du château effectuée à l'occasion de la réunion de la commission des cadrans solaires du mois de mai 2008, il a été découvert une ébauche d'un autre cadran situé à proximité. On peut apercevoir quelques lignes chiffrées (photo de droite).

## Le cadran solaire occidental



Dans la cour, à gauche du bâtiment principal, sur la partie basse d'un mur d'une ancienne cuisine, on trouve le vestige d'un cadran occidental, gravé sur pierre. On distingue sept lignes, chiffrées de 2 à 7 (la dernière n'est pas chiffrée) ; le style est absent.

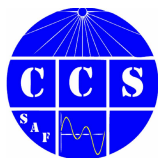


## Le cadran solaire horizontal



Le cadran le plus simple, mais très esthétique, est un petit cadran horizontal qui se trouve dans le parc du château. Il est de forme carrée, mesure 13 cm de côté et est en laiton gravé. Il indique les heures et les minutes de quart d'heure. Il porte les indications suivantes : "Pour 47 degrés 38 minutes - Auxerre" et "Lasnier - Aux deux globes - Paris". Le fabricant d'instruments de mathématiques, Pierre-Alexis Lasnier signait de cette façon à partir de 1735 ; il est mort en 1777. On peut donc dater ce cadran du milieu du XVIIIe siècle.

\*\*\*\*\*



## Frontispices de gnomonique catoptrique

par Denis Savoie

*Les premiers livres de gnomonique qui paraissent en Europe au XVI<sup>e</sup> siècle comportent, - ce qui est rarement le cas -, des frontispices pour le moins « rudimentaires » par rapport à ceux du siècle suivant<sup>1</sup>. Même sur le frontispice de l'édition princeps de la Gnomonique de Clavius en 1581, on ne trouve qu'un timide cadran solaire<sup>2</sup> (fig.1).*

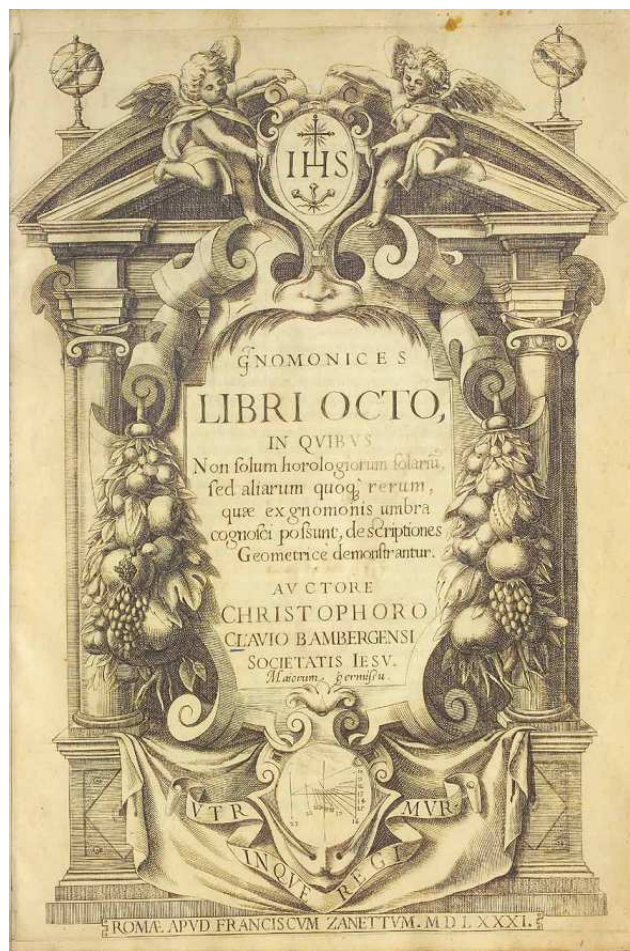


Fig 1

<sup>1</sup> Voir I. Pantin, « Une Ecole d'Athènes des astronomes ? La représentation de l'astronome antique dans les frontispices de la Renaissance », *Images de l'Antiquité dans la littérature française*, éd. Ulm, Paris, 1993, p. 87-95. Sur les transformations des frontispices des XVI<sup>e</sup> et XVII<sup>e</sup> siècles, voir V. R. Remmert, « *Docet parva pictura, quod multae scripturae non dicunt*. Frontispieces, their Functions, and their Audiences in Seventeenth-Century Mathematical Sciences », dans *Transmitting Knowledge*, éd. S. Kusukawa et I. Maclean, Oxford University Press, 2006, p. 239-270.

<sup>2</sup> C. Clavius, *Gnomonices libri octo in quibus non solum horologium solarium sed aliarum quoque rerum, quae ex gnomonis umbra cognosci possunt, descriptiones geometricae demonstrantur*, Rome, 1581. Le cadran solaire représenté est un cadran horizontal d'heures babyloniennes. Dans les *Opera mathematica* de Clavius, parus à Mainz en 1612, on trouve en bas à gauche du frontispice une vignette qui contient un cadran solaire vertical à style polaire au-dessus d'une porte : sa fonction est en quelque sorte anti-copernicienne puisque ce cadran est là pour rappeler le miracle d'Achaz et la rétrogradation de l'ombre. Sur l'explication de la rétrogradation, voir D. Savoie, *La Gnomonique*, éd. Les Belles Lettres, Paris, 2007, p. 401-410. Citons également le frontispice de V. Pini, *Fabrica de gl'horologi solari*, Venise, 1598, qui comporte, comme le frontispice de Clavius, un modeste cadran solaire en heures italiennes.



Le premier ouvrage dont le frontispice soit occupé entièrement par un cadran solaire est le *Primitiae gnomonicae catoptricae* d'Athanase Kircher<sup>3</sup> (1602-1680), paru à Avignon en 1635. C'est d'ailleurs le premier ouvrage de gnomonique du brillant encyclopédiste jésuite, son deuxième étant le célèbre *Ars magna lucis et umbrae* paru à Rome onze ans plus tard<sup>4</sup>. C'est également à Rome qu'un contemporain de Kircher, mais de l'ordre des Minimes, fait paraître un autre ouvrage de gnomonique, presque entièrement consacré lui aussi aux cadrans solaires à réflexion et à réfraction<sup>5</sup>, Emmanuel Maignan (1601-1676), auteur notamment du célèbre cadran intérieur du couvent de la Trinité des Monts à Rome<sup>6</sup>.

Ces trois ouvrages ont un point commun : leur objet n'est pas la gnomonique « classique », au sens des méthodes de calcul de cadrans solaires sur des plans où un style porte une ombre, mais bien l'utilisation des lois de l'optique pour la réalisation de cadrans solaires originaux<sup>7</sup>. Ce thème de la catoptrique et de la dioptrique se prête particulièrement aux allégories où se mêlent mythologie, astronomie et théologie. Quant à la *Gnomonica Universalis* de Stengel, même si elle ne traite des cadrans à réflexion que de façon très secondaire, il nous a paru intéressant d'étudier son frontispice puisqu'il illustre superbement ce genre de cadran.

<sup>3</sup> A. Kircher, *Primitiae gnomonicae catoptricae, hoc est, Horologigraphiae nouae specularis : in qua breuiter noua, certa, exacta & facilis demonstratur horologiorum per reflexi luminis radium construendorum methodus, item qua ratione praedicto reflexi luminis radio in qualibet quantumuis irregulari muri superficie in interioribus domorum aliisque locis obscuris & vmbrosis cum horologia omnis generis tum omnium circulorum qui in primo mobili considerari possunt proiecturae & curuae sectorum conorum lineae processus Solis & Lunae in planis indices, aliaque plurima scitu digna representari possint varie docetur*, Avignon, 1635. Kircher avait réalisé des cadrans solaires dans sa jeunesse : voir J. E. Fletcher, « Astronomy in the Life and Correspondence of Athanasius Kircher », *Isis*, vol. 61, 1970, p. 52-67.

<sup>4</sup> A. Kircher, *Ars magna lucis et umbrae, in decem libros digesta. Quibus admirandae lucis et umbrae in mundo, atque adeo uniuersa natura, vires effectusque, uti noua, ita varia nouorum reconditorumque, speciminum exhibitione, ad varios mortalium usus, panduntur*, Rome, 1646. C'est sans nul doute l'ouvrage de gnomonique le plus imaginaire qui ait été publié. L'élève de Kircher, Gaspar Schott, dans son *Cursus Mathematicus*, Wurtzburg, 1661, consacre quelques pages à la gnomonique catoptrique et dioptrique (p. 423-425) avec une belle planche mais conclut avec raison que le mieux est de se référer aux ouvrages de Maignan et de Kircher (*cf. infra*), qui resteront des sommes à jamais inégalées. Un autre jésuite, le Père Milliet Dechales, consacra également deux chapitres, assez sommaires, à ces problèmes dans le tome 3 de son *Cursus seu mundus mathematicus*, Lyon, 1674, p. 263-275. Citons enfin G. Taliani, *Orologi riflessi*, Macerata, 1648, qui traite longuement des cadrans solaires à réflexion.

<sup>5</sup> E. Maignan, *Perspectiva Horaria Sive De Horographia Gnomonica Tum Theoretica, Tum Practica Libri Quatuor*, Rome, 1648. En fait le premier ouvrage de gnomonique qui ait véritablement traité des cadrans solaires à réflexion et à réfraction est celui de G. Schönberger, *Demonstratio et constructio horologiorum nouorum radio recto, refracto in aqua, reflexo in speculo, solo magnete horas astronomicas, Italicas, Babylonicas indicantium*, Fribourg en Brisgau, 1622. G. Schönberger, qui fut l'élève de C. Scheiner, avait écrit avec lui [sous le nom de Schönperger] un petit ouvrage de gnomonique tout à fait classique, *Exegeses fundamentorum gnomonicorum*, Ingolstadt, 1615. L'idée des cadrans solaires à réflexion remonte au moins au XVI<sup>e</sup> siècle puisque J. B. Benedicti, dans son *De Gnomonum umbrarumque solarium*, Turin, 1574, traite au chapitre 93 du *De horologio ex reflexione*, mais de façon très sommaire.

<sup>6</sup> Voir P. Gagnaire, « Le cadran solaire à réflexion du Père Maignan, à la Trinité des Monts », *Bulletin de l'ANCAHA* n° 97, été 2003, p. 21-31. Dans le même ordre d'idée, on consultera avec profit l'étude décrivant le splendide cadran solaire à réflexion réalisé par le Père Bonfa en 1673 au Lycée Stendhal de Grenoble : J de Rey Pailhade, A. Rome, A. Favot, « Le cadran solaire du lycée de jeunes filles de Grenoble », *Bulletin de la Société de Statistiques de l'Isère*, 1920, 4<sup>e</sup> série, t. XV, p. 213-310. Sur le cadran du Palazzo Spada, *cf. infra*.

<sup>7</sup> Voir J. Pares, « La gnomonique de Desargues à Pardies », *Cahiers d'Histoire et de Philosophie des Sciences*, n° 17, 1988, chap. VI. On remarquera que très peu d'ouvrages imprimés en France traitent de gnomonique catoptrique ; si l'on en croit A. J. Turner, « La gnomonique : livres en langue française imprimés entre 1500 et 1800 », *ANCAHA*, n° 50, hiver 1987, p. 55-72, on ne trouve qu'un seul ouvrage, paru en 1679, d'un Monsieur C... On peut mentionner I. G. Pardies (*cf. supra*) et J. Ozanam, *Récréations mathématiques*, t. 3, Paris, 1778, p. 249-251.

**1 – Frontispice du *Primitiae gnomonicae catoptricae*, Avignon, 1635, de A. Kircher (fig. 2)**

Le frontispice n'est pas signé mais il est très vraisemblable qu'il soit de Kircher lui-même puisqu'il passa quelques années à Avignon où il rencontra notamment l'astronome Hevelius<sup>8</sup>. On sait que les jésuites possédaient à Avignon un Collège, à la Tour de la Motte, aujourd'hui occupé par la bibliothèque municipale, et qu'un cadran solaire y fut tracé par Kircher vers 1632 dont il ne reste plus que des traces<sup>9</sup>.

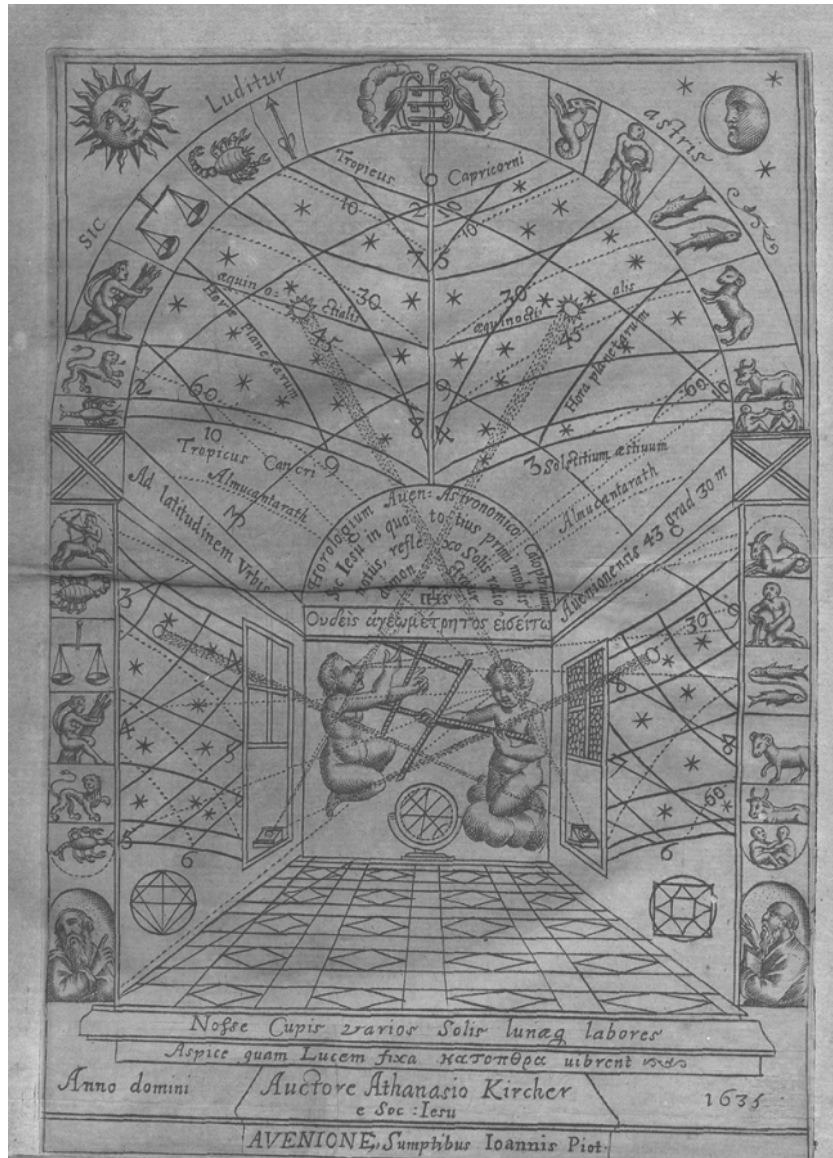


Fig 2

<sup>8</sup> E. Zinner, dans *Deutsche und niederländische astronomische Instrumente des 11-18 Jahrhunderts*, Beck, 1956, p. 375 et p. 407, prétend que le frontispice du *Primitiae gnomonicae catoptricae* est d'Hevelius. L'examen méticuleux de l'ouvrage n'a pas permis pas de vérifier cette affirmation.

<sup>9</sup> Une plaque installée sur un mur de la bibliothèque précise :

Le Père Athanase KIRCHER (1602 -1680)  
 Professeur au collège des Jésuites d'Avignon en 1632  
 Réalisa ici un observatoire astronomique  
 Phénix des savants  
 Il fit connaître la lanterne magique  
 Centenaire du cinéma  
 Le Collodion Humide

Le frontispice représente en perspective une galerie voûtée en berceau : sur les deux murs ouverts chacun d'une fenêtre et sur la voûte est tracé un cadran solaire à réflexion. Le fond de la pièce, qui s'ouvre dans le vide, montre deux anges tenant des règles que l'on pourrait qualifier de parallactiques puisqu'elles servent à mesurer des distances angulaires<sup>10</sup>. Les anges sont placés sous le célèbre adage écrit en grec qui figurait au-dessus de l'Académie platonicienne<sup>11</sup> : *Que nul ignorant la géométrie n'entre ici* [*Oudeis ageometretos eiseito*]. On retrouve ici la même faute de grammaire qui dénonce sa provenance erasmienne [*oudeis* au lieu de *mèdeis* de la tradition grecque]. Mais il est vraisemblable que Kircher ait copié l'adage sur la page de titre du *De revolutionibus* de Copernic, paru en 1543.

La voûte de la galerie se termine par un panneau sur lequel on lit : *Horologium Aven. Astronomico Catoptricum / Soc. Iesu in quo totius primi mobilis / motus, reflexo Solis radio / demonstratur / IHS* [Cadran solaire d'Avignon astronomico-catoptrique, de la Société de Jésus, sur laquelle tous les mouvements du premier mobile sont représentés grâce à un rayon de Soleil réfléchi].

Sous le pavage de la galerie, deux cartouches annoncent : *Nosce Cupis varios Solis lunæ labores / Aspice quam Lucem fixa katoptra uibrent* [Tu veux connaître les différents mouvements du Soleil et de la Lune / Alors observe la lumière qui font briller les miroirs fixes].

Enfin autour de la voûte, en haut du frontispice, on lit : *SIC Luditur astris* [c'est ainsi qu'on joue avec les astres]. Mais l'essentiel du frontispice est dans le cadran solaire qui orne les murs et la voûte ; Kircher a d'ailleurs précisé que ce cadran solaire était tracé *Ad latitudinem Urbis Avenionensis 43 grad 30 m*, c'est-à-dire pour la latitude de la ville d'Avignon, soit 43° 30', valeur sous-estimée<sup>12</sup> puisque la latitude correcte est 43° 57'. Au sommet du frontispice, dans l'épaisseur de la voûte, les deux oiseaux qui gardent trois clés sont le blason de la ville d'Avignon.

Sur la coupe de la galerie sont dessinés les représentations allégoriques des signes du zodiaque, que l'on retrouve sur la coupe des murs. On peut imaginer que les deux personnages situés dans les cartouches du bas, dont l'un pointe son index vers le haut et l'autre tient un livre, sont respectivement Aristote et Ptolémée, deux références classiques chez les jésuites de cette période.

En ce qui concerne les étoiles dessinées sur la voûte et les murs, leur position n'obéit pas à une représentation de constellations mais à des critères décoratifs.

Le tracé du cadran montre trois types d'indications :

- les heures planétaires, en trait plein, numérotées, de 3 h à 10 h
- les almucantarats, en pointillés, numérotés 10°, 30°, 45°, 60°
- les arcs diurnes, dont sept sur la voûte

Les heures planétaires désignent chez Kircher les heures temporaires<sup>13</sup> : on divise en douze parties l'intervalle de temps séparant le lever du coucher du Soleil, de sorte que 6 h planétaires correspond à midi solaire, les heures étant comptées depuis le lever du Soleil. Sur le frontispice, la tache de lumière tombe sur l'arc des équinoxes ; on en déduit que la déclinaison du Soleil est nulle, ce qui revient à dire qu'une heure planétaire est égale à une

<sup>10</sup> Ces règles sont décrites et dessinées dans l'ouvrage de E. Maignan, *Perspectiva Horaria, op. cit.*, p. 339 et dans l'illustration située entre les pages 364 et 365.

<sup>11</sup> H.-D. Saffrey, « Ageômetrêtos mèdeis eisitô. Une inscription légendaire », *Recherches sur le néoplatonisme après Plotin*, éd. Vrin, Paris, 1990, p. 251-271.

<sup>12</sup> Cela correspond à une erreur de 50 km. Il est étonnant que Kircher donne une telle latitude ; à titre d'exemple, les *Table Pruteniques* d'Erasmus Reinhold parues en 1551, donnent une latitude de 43° 50' pour Avignon.

<sup>13</sup> Voir D. Savoie, « Lignes d'ascendant, maisons célestes et heures planétaires en gnomonique », *CadranInfo*, revue de la Commission des cadrans solaires, n° 17, p. 47-64.

heure équinoxiale, soit  $1 \text{ h} = 15^\circ$ . On en déduit donc qu'en temps solaire vrai, il est 9 h 30 m ( $H = -37^\circ 30'$ ) et 14 h 30 m ( $H = +37^\circ 30'$ ). La hauteur  $h$  du Soleil aux équinoxes s'obtient par  $\sin h = \cos \phi \cos H$ , d'où  $h = 35^\circ 08'$  en prenant  $\phi = 43^\circ 30'$ . Ce résultat est parfaitement cohérent avec la position de la tache par rapport aux almucantarats  $45^\circ$  et  $30^\circ$  et prouve que ce positionnement n'est pas dû au hasard mais résulte bien du calcul<sup>14</sup>.

Malheureusement, l'analyse du reste du tracé du cadran ne remplit pas les espoirs que suscite ce positionnement de la tache de lumière équinoxiale. La galerie voûtée est orientée Nord-Sud : le « lecteur » voit donc les anges vers le Sud<sup>15</sup>. Si l'on admet que la ligne 6 h planétaire est au sommet de la voûte, cela implique que les deux miroirs placés au bord des fenêtres sont inclinés, sans quoi le cadran ne pourrait pas indiquer midi solaire (voir en annexe la théorie du cadran). Cette inclinaison explique très bien d'autre part la rupture que l'on observe sur les arcs diurnes au niveau de 6 h planétaires.

Par contre il est incompréhensible que certaines lignes d'heures (4, 5, 7, 8) soient issues de midi solaire (donc 6 h planétaires). D'autre part, les lignes d'heures sont coupées perpendiculairement par deux lignes, numérotées 2 et 3, dont l'une dépasse l'arc diurne d'été, ce qui n'est pas possible.

La position des almucantarats n'est pas non plus cohérente : le jour de l'équinoxe par exemple, la tache de lumière indique une hauteur du Soleil de  $30^\circ$  à midi solaire (au lieu de  $46,5^\circ$ ), puis se poursuit vers les lignes 8 et 9 où le Soleil augmenterait en hauteur pour passer à près de  $45^\circ$  vers 9 h (soit 15 h en temps solaire). Les autres almucantarats de la voûte sont tout aussi erronés, de même que le tracé sur les murs (on ne peut pas avoir 6 h au sommet de la voûte et sur les murs en même temps, à moins d'imaginer un système de miroirs d'une grande complexité).

Ce frontispice mélange donc des éléments de gnomonique réalistes avec un réseau de lignes et de courbes au positionnement plus ou moins hasardeux.

Il est cependant intéressant de rapprocher ce frontispice d'un dessin qui montre le même type de cadran à réflexion sur une voûte, à savoir celui du Palazzo Spada à Rome, que Maignan a placé dans sa *Perspectiva Horaria*<sup>16</sup>. Cette superbe gravure (fig. 3) montre quatre personnages, – dont deux peuvent être identifiés<sup>17</sup> avec une certaine prudence –, qui contemplent une voûte ornée d'un cadran solaire à réflexion. La galerie en question se trouve dans un palais du cardinal Bernardino Spada (1594-1661) comme l'explique Maignan, qui donne d'ailleurs ses dimensions et les indications fournies par le cadran solaire<sup>18</sup> (voir l'annexe 2 pour la théorie de ce cadran).

L'examen de la gravure montre que, contrairement au frontispice de Kircher, le cadran solaire à réflexion représenté ici est très réaliste ; il s'agit d'une galerie ouverte orientée Nord-Est-Sud-Ouest : le miroir horizontal placé près d'une fenêtre, au niveau de la voûte et du mur, regarde donc vers le Sud-Est. Le tracé est composé des sept courbes classiques d'entrée du Soleil dans les signes du zodiaque, des heures de temps solaire vrai (en chiffres arabes) de 5 h à 14 h (notée 2), des heures italiques (en chiffres romains) de IX à XXII. On notera que le

<sup>14</sup> En prenant la latitude correcte d'Avignon, soit  $43^\circ 57'$ , on obtient une hauteur du Soleil de  $34^\circ 50'$ .

<sup>15</sup> Si la voûte était orientée Sud-Nord, les miroirs seraient donc au Nord ; mais comme l'angle d'incidence des rayons solaires est égal à l'angle réfléchi, l'arc d'été serait placé au premier plan.

<sup>16</sup> E. Maignan, *Perspectiva Horaria*, *op. cit.*, illustration placée après la page 390.

<sup>17</sup> P. Gagnaire, « Le cadran solaire à réflexion du Père Maignan, à la Trinité des Monts », *op. cit.*, p. 31, pense que le personnage de gauche est Emmanuel Maignan, et que le personnage de droite qui tient un chapeau est le cardinal Spada. On peut également penser que le personnage de gauche n'est pas Maignan mais son jeune disciple, Jean-François Nicéron (1613-1646), dont un portrait est donné juste avant la préface au lecteur, dans son ouvrage posthume, *La perspective curieuse*, Paris, 1663. Nicéron étant mort jeune, on peut imaginer que Maignan lui ait rendu hommage en le faisant figurer sur cette gravure.

<sup>18</sup> E. Maignan, *Perspectiva Horaria*, *op. cit.*, p. 390-395.

tracé des lignes horaires n'est pas limité par les arcs des solstices, mais par les arcs correspondants aux déclinaisons extrêmes de la Lune, soit  $\pm 28,5^\circ$ . L'orientation même de la galerie explique pourquoi le cadran fonctionne dès le lever du Soleil jusqu'aux environs de 14 h. L'ensemble des courbes convergent<sup>19</sup> vers le miroir placé vers l'Est.



Fig 3

## 2 – Frontispice de la *Perspectiva Horaria*, Rome, 1648, de E. Maignan (fig. 4)

Ce magnifique frontispice, signé P. Guerin de Rome, possède une particularité assez rare puisqu'on y voit huit jeunes femmes. Sur quatre piédestaux se trouvent les muses du *quadrivium* : à gauche, on reconnaît à son compas et sa sphère armillaire la muse de

<sup>19</sup> Presque au sommet de la voûte est représenté un soleil, à l'intersection de trois courbes : la ligne horaire 10 h de temps solaire vrai, la ligne italique XVI et l'arc des équinoxes. L'orientation de la galerie se déduit de l'éventail horaire de la voûte : le miroir horizontal d'un cadran à réflexion placé à l'Est dans une galerie exactement Nord-Sud ne peut projeter une tache de lumière à midi solaire et encore moins après. Or la gravure montre clairement que midi solaire mais aussi 2 h solaire existent (voir l'annexe 2 pour la théorie de ce cadran). Sur ce cadran extraordinaire, réalisé en 1644 par Maignan et qui existe toujours (occupé aujourd'hui par le siège du Conseil Constitutionnel Italien à Rome), voir M. Catamo, « La meridiana di Palazzo Spada a Roma », *Gnomonica Italiana*, n° 8, juin 2005, p. 57-60.

l'astronomie Uranie, dont la coiffe est surmontée d'une étoile. A sa droite se trouve la muse de la musique, Euterpe, qui tient une sorte de tambour avec ses baguettes. Enfin les deux autres muses sont respectivement la muse de la géométrie, qui tient un triangle équilatéral et un fil à plomb, et la muse de l'arithmétique qui tient une tablette sur laquelle on lit 2 79 et 13 (nombres premiers).



Fig 4

Ces muses sont placées dans un décor antique, avec en arrière fond un pan de temple gréco-romain. Le ciel du frontispice comporte un premier Soleil, placé juste à gauche du signe du Cancer, tandis qu'un ange annonciateur du titre de l'ouvrage, sous lequel sont placés les Gémeaux, est surmonté d'un second soleil dans lequel est inscrit la devise de l'ordre des Minimes CHA/RI/TAS. Le Soleil de gauche, le signe du Cancer et les Gémeaux sont reliés par un long ruban qui représente le zodiaque.

Sous l'autorité des muses, quatre femmes – dont une seule semble chaussée –, s'affairent à la gnomonique sur une table de travail qui n'est autre qu'un cadran solaire horizontal. Celle de gauche tient un gnomon qui porte ombre, symbole de la gnomonique de direction ; une seconde semble jouer à renvoyer un rayon solaire à l'aide d'un miroir, symbole de la gnomonique catoptrique ; la troisième enfin est plongée dans un scaphé hémisphérique, symbole de la gnomonique dioptrique.

La femme chaussée masque le Soleil de sa main droite tandis que sa main gauche s'appuie sur un ouvrage d'autorité sur la tranche duquel on lit VITELLIONIS, se référant ainsi à Vitello dont le titre de l'ouvrage d'optique *De Perspectiva* n'est pas sans rappeler celui de Maignan. Ce dernier aurait pu pousser l'audace en mettant en avant Kepler ou plus encore Descartes, qui venait de découvrir les lois de la réfraction...

**3 – Frontispice de *Ars magna lucis et umbrae*, Rome, 1646, de A. Kircher<sup>20</sup> (fig. 5)**

Ce frontispice surchargé a fait de nombreux emprunts à celui de la *Rosa Ursina* de Christopher Scheiner<sup>21</sup> paru en 1630. Bien que l'ouvrage de Kircher soit consacré aux deux tiers à la gnomonique, le frontispice est assez pauvre dans ce domaine car seulement deux petits cadrans solaires y figurent<sup>22</sup>.

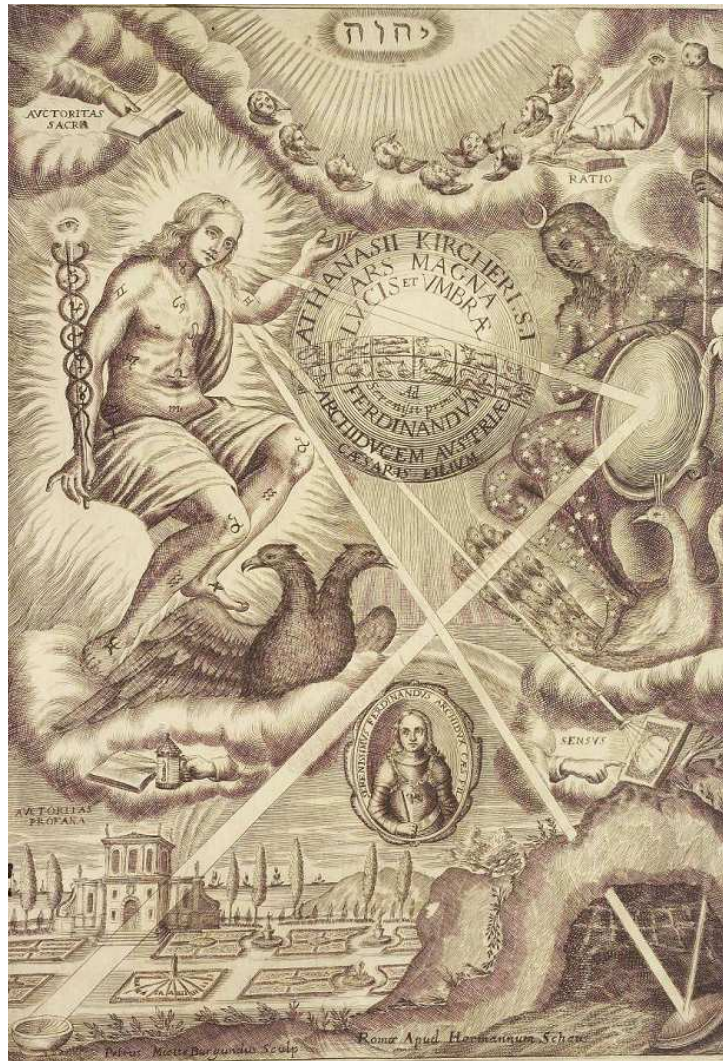


Fig 5

<sup>20</sup> L'ouvrage a connu une seconde édition en 1671 à Amsterdam.

<sup>21</sup> C. Scheiner, *Rosa Ursina sive sol*, Bracciano, 1630. Cet astronome, de l'ordre des jésuites comme Kircher, a été un adversaire de Galilée auquel il s'est opposé dès les années 1611-1612 à propos de l'antériorité sur la découverte des taches solaires. Ses ouvrages comportent des frontispices remarquables.

<sup>22</sup> Une étude extrêmement compétente de l'ouvrage de Kircher est due à C. Chevalley, « *L'ars magna lucis et umbrae* d'Athanasie Kircher, néoplatonisme, hermétisme et nouvelle philosophie », *Actes de la 10<sup>e</sup> Session Internationale d'Etude du Baroque*, 1987, p. 95-109. On trouvera à la page 107 une description du frontispice, sans lien avec Scheiner cependant.

En haut de l'image est inscrit en hébreux le nom de Dieu, Yahve, sous lequel se trouvent neuf anges en chapelet. Deux dextrochères sortent des nuages, – celui de gauche étant plus élevé que celui de droite –, indiquant respectivement *AUCTORITAS* / *SACRA* [Autorité sacrée] et *RATIO* [raison]. Ainsi l'autorité sacrée, sous-entendu celle de Dieu, a la primauté sur la raison (de l'Homme), point de vue conforme à la doctrine catholique qui avait récemment pu appliquer cet argument dans le procès de Galilée tenu en 1633. Ces deux symboles figurent dans le frontispice de la *Rosa Ursina* mais sont mis sur le même pied d'égalité.

Deux personnages, qui appartiennent au ciel, regardent vers le bas, peut-être vers le médaillon où figure Ferdinand III (second fils de l'archiduc Ferdinand II), protecteur de Kircher. Le personnage de gauche, parsemé des symboles des signes du zodiaque, semble figurer le Jour. La localisation des signes du zodiaque sur son corps ne relève pas du hasard : Kircher est un adepte de l'astrologie et plus spécialement de la iatromathématique. Il donne par exemple une superbe planche dans son ouvrage (planche XVII, folio 538) où huit cadrans solaires mettent en relation l'heure planétaire avec des symboles zodiacaux, eux-mêmes étant mis en relation avec les parties du corps qu'ils gouvernent<sup>23</sup>, exactement comme sur le frontispice.

Il tient dans sa main droite un caducée surmonté d'un œil ; entre les entrelacs du caducée se trouvent dans un ordre apparemment copernicien les symboles des planètes depuis le Soleil.

En face du Jour se trouve la Nuit, symbolisée par une femme constellée d'étoiles et surmontée d'un croissant de Lune. Elle tient dans sa main gauche une hampe surmontée d'une chouette, symbole de la sagesse. Son bras droit repose sur un miroir qui renvoie vers le sol un rayon de lumière issu du Jour, lequel rayon éclaire un scaphé. Quant aux pieds de la Nuit, ils reposent sur un paon à double tête, oiseau de Junon, qui fait pendant à un aigle à deux têtes placé aux pieds du Jour, symbole des Habsbourg auquel appartient Ferdinand III, qui fut d'ailleurs éduqué par les jésuites. Celui-ci occupe justement une place centrale dans le frontispice, dans un médaillon placé sous la croisée des rayons lumineux directement émis ou réfléchis<sup>24</sup>.

Entre le Jour et la Nuit, exactement comme dans la *Rosa Ursina*, le titre de l'ouvrage et une seconde dédicace sont placés dans un écu traversé par un zodiaque : ATHANASII KIRCHERII S.J. / ARS MAGNA / LUCIS ET UMBRAE / Ad / Serenissimum principem / FERDINANDUM / ARCHIDUCEM AUSTRIAE / CAESARIS FILIUM [Athanasie Kircher, de la Société de Jésus / Le grand art / de la lumière et de l'ombre / Au / sérénissime prince / l'archiduc Ferdinand, fils de l'empereur d'Autriche].

A gauche du médaillon, sous l'aigle bicéphale des Habsbourg est placé une lanterne magique avec les mots *AUCTORITAS* / *PROFANA* [Autorité / profane], tandis qu'à droite on trouve une lunette (certainement un hélioscope) qui projette sur un écran l'image du Soleil avec le mot *SENSUS* [compréhension] : ces deux instruments, comme leur légende, sont repris de la *Rosa Ursina*<sup>25</sup>.

<sup>23</sup> Sur la composante hermétique de cette correspondance, voir A.-J. Festugière, *La révélation d'Hermès Trismégiste*, vol. I, éd. Les Belles Lettres, Paris, 1989, p. 128-129.

<sup>24</sup> Sur le symbolisme et les témoignages d'allégeance de Kircher à Ferdinand III, voir W. B. Ashworth, « The Habsburg Circle », *Patronage and Institutions: Science, Technology, and Medicine at the European Court, 1500-1700*, éd. B. T. Moran, Woodbridge Boydell Press, 1991, p. 137-167.

<sup>25</sup> Une des gravures de la *Rosa Ursina* où Scheiner explique le principe de l'hélioscope comporte sur l'image du bas un scaphé et sur l'image du haut un cadran solaire horizontal. Kircher connaissait bien Scheiner avec lequel il correspondait ; voir F. Daxcker, *The Physicist and Astronomer Christopher Scheiner, biography, letters, works*, éd. University of Innsbruck, 2004.



On notera qu'un rayon lumineux pénètre dans une grotte où il se réfléchit sur un miroir ; là encore, un rapprochement avec *la Rosa Ursina* s'impose, mais sans ours ! Il se peut que sur le mur de la grotte soit dessiné un cadran solaire.

Le bas du frontispice est occupé par un jardin situé près de la mer avec au loin des bateaux ; un cadran solaire botanique, en heures temporaires, occupe un parterre.

Le frontispice est signé de Petrus M. Burgundus, édité à Rome chez Herman Scheus.

#### 4 – Frontispice de la *Gnomonica Universalis oder Ausführliche Beschreibung der Sonnen-Uhren*, Augsburg, 1675, de Johan Peterson Stengel (fig. 6)

Contrairement à ce que laisse penser le frontispice, l'ouvrage de J. P. Stengel ne traite des cadrans à réflexion que dans un seul chapitre<sup>26</sup>, le reste étant occupé par la gnomonique classique.



Fig 6

<sup>26</sup> Le chapitre est très maigre (p. 297-306) et ne comporte qu'une seule illustration. F. X. Zach, dans sa *Correspondance astronomique, géographique, hydrographique et statistique*, Gêne, vol. III, 1819, p. 63, écrit que le frontispice de l'édition de Stengel parue à Ulm en 1731 représente un cadran sous auvent, c'est-à-dire le célèbre cadran dit « invisible » et décrit par Lalande dans le *Journal des Savants* de juin 1758, p. 439-442. En fait le frontispice des différentes éditions est le même que celui de l'édition *princeps* de 1675, qui n'est donc pas un cadran sous auvent mais bien un cadran à réflexion.

On retrouve ici le thème de la voûte cylindrique (supportée par quatre piliers ioniens) à la base de laquelle est pratiquée une ouverture où est placé un miroir horizontal, lequel renvoie l’image du Soleil. Le personnage situé sous la voûte s’occupe visiblement de gnomonique et de mathématiques comme en témoignent le polyèdre (sur lequel semblent tracés des cadrans), l’anneau universel et le cylindre de hauteur posés sur la table, tout comme le compas tenu par le personnage qui contemple la voûte éclairée par une tache de lumière, la scène étant placée dans un jardin.

Le cadran solaire tracé sur la voûte montre trois types d’indications : en trait plein les lignes d’heures solaires vraies et les heures babyloniennes<sup>27</sup>, et en traits pointillés les arcs des signes. On voit sur la gravure qu’il est presque midi solaire et que l’on est en automne ou en hiver (la tâche de lumière n’a pas encore franchi l’arc équinoxial). De plus, le fait que les lignes horaires finissent à 14 h et que le Soleil soit presque à sa culmination laisse penser que le temple est orienté vers le Sud-Est. Le frontispice est signé.

Quant au frontispice de la *Gnomonica*, de Eberhard Welper, paru en 1672 à Nürnberg (fig. 7), nous le mentionnons à titre de curiosité car il comporte quatorze cadrans solaires (davantage si l’on tient compte des cadrans polyédriques). En bas figure un cadran solaire à réflexion tracé sur un cylindre.

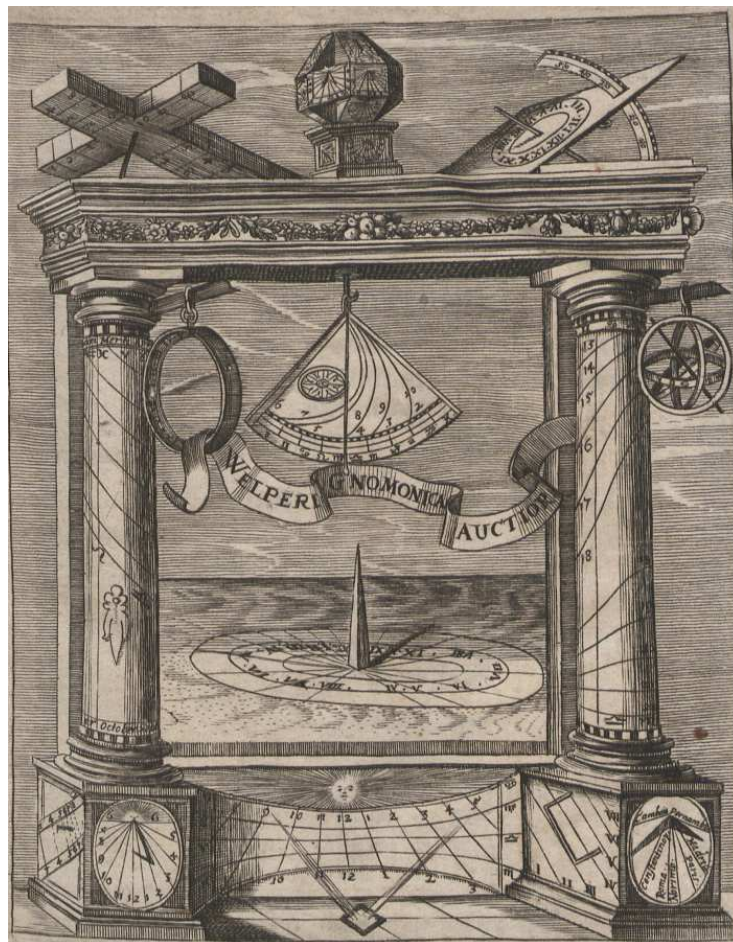


Fig 7

<sup>27</sup> Il est utile de connaître la règle suivante pour distinguer sur un cadran solaire (quelle que soit sa forme) les différents types d’heures (temps solaire vrai, babylonique B, italique I, temporaire T) si l’arc équinoxial est tracé ( $\delta = 0^\circ$ ). Car sur ce dernier se croisent différents types de lignes : sur midi vrai se coupent B<sub>6</sub> et I<sub>18</sub> (6 heures babyloniennes et 18 heures italiques) ; sur 11 heures temps solaire vrai se coupent B<sub>5</sub> et I<sub>17</sub> ; sur 13 heures vraies se coupent B<sub>7</sub> et I<sub>19</sub> ; etc. La ligne T<sub>6</sub> est confondue avec 12 heures vraies ; T<sub>7</sub> coupe 13 h, T<sub>5</sub> coupe 10 h, etc.

Je tiens à remercier Mr. Paul Gagnaire pour son aide précieuse ainsi que pour le plaisir que j'ai eu à échanger avec lui nos points de vue sur ces images.

## ANNEXES

### Annexe 1 – Théorie du cadran solaire catoptrique de Kircher

On peut assimiler une voûte à la moitié d'un cylindre horizontal de rayon  $R$ , orienté Nord-Sud. L'axe des  $x$  est dirigé vers l'Est, l'axe de  $y$  vers le Nord et l'axe des  $z$  vers le zénith. L'équation d'un tel cylindre dont l'origine est le point  $O$  (fig. 8) est :

$$x^2 + z^2 = R^2$$

Dans ce repère horizontal, les coordonnées  $(p, q, r)$  du Soleil sont :

$$p = -\cos h \sin A$$

$$q = -\cos h \cos A$$

$$r = \sin h$$

$A$  étant l'azimut du Soleil et  $h$  sa hauteur.

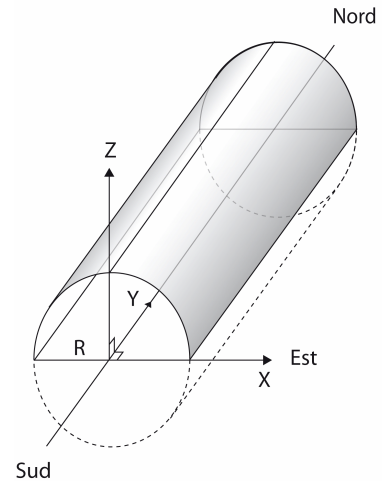


Figure 8

On place maintenant un miroir horizontal aux points  $M$  et  $N$ ,  $M$  désignant le miroir Ouest et  $N$  le miroir Est. Par rapport à  $O$ , ces miroirs sont décalés en  $x$  de  $\pm R$  et en  $z$  de  $(R + a)$ ,  $a$  désignant la distance du miroir au bas du cylindre. Notons dès à présent que si  $a = 0$ , cela signifie que le miroir est placé en quelque sorte « tangentiellement » au cylindre complet. On peut même avoir un décalage égal à  $(R - a)$ , ce qui signifie alors que le miroir est placé entre le sommet de la voûte et le plan horizontal passant par le centre du cylindre.

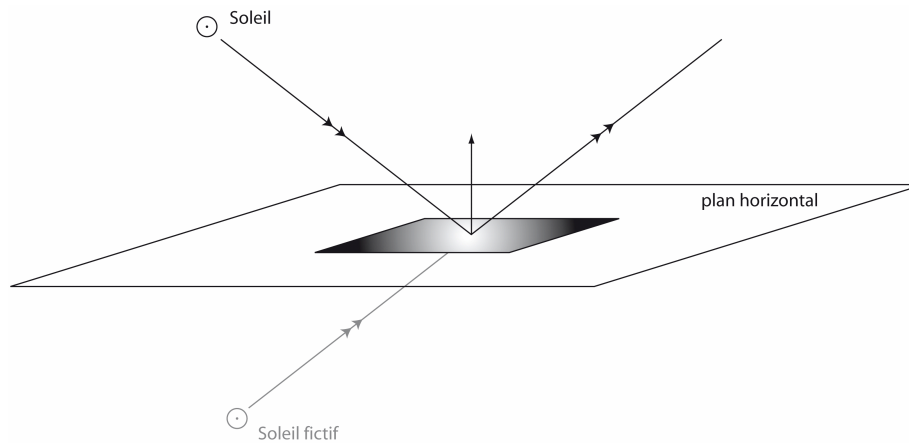


Figure 9

Ce qui revient à considérer qu'un tel miroir est l'extrémité d'un style droit qui serait éclairé par un Soleil fictif situé sous l'horizon, – donc ayant le même azimut que le Soleil réel –, mais dont la composante selon l'axe des  $z$  serait négative (fig. 9)..

Calculer l'intersection d'un rayon solaire réfléchi avec la voûte ne pose pas de problème ; mais si on se limite, comme on l'a fait jusque-là, à un miroir horizontal, jamais la voûte ne sera éclairée à midi solaire. Il faut incliner le miroir Ouest vers l'Est (et inversement pour le miroir Est qui doit être incliné vers l'Ouest) d'un angle  $\alpha$ , tel que  $\text{tg } \alpha = R / (2R + a)$ . Cette inclinaison permet d'obtenir que quelle que soit la date, la tache de lumière issue du miroir soit au zénith de la voûte à midi vrai (fig. 10).

Un rayon solaire se réfléchit donc sur le miroir horizontal (par exemple  $M$ ) pour intercepter la voûte du cylindre (le Soleil, la normale au miroir et le rayon réfléchi sont tous les trois dans le même plan).

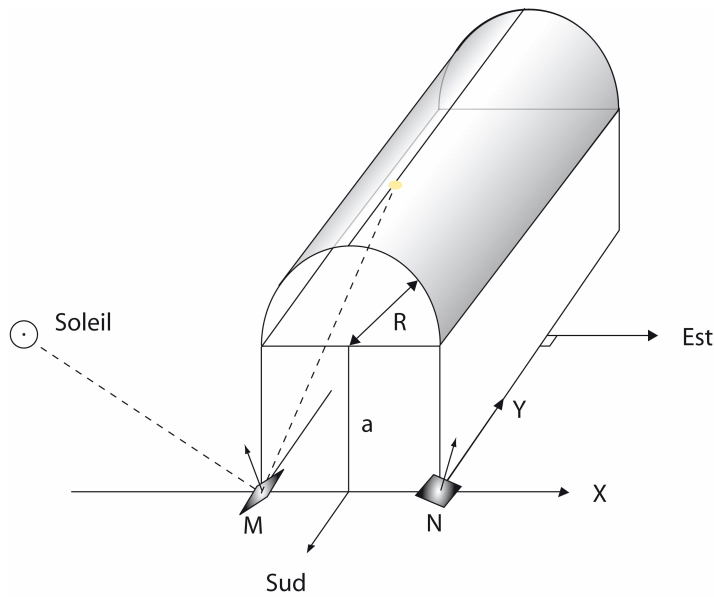


Figure 10

Il faut donc faire une rotation du miroir M autour de l'axe des y dans le sens trigonométrique (vu du Nord) et une rotation du miroir N autour du même axe mais le sens horaire.

Les coordonnées du Soleil dans ce repère tourné seront donc pour le miroir M :

$$\begin{aligned} p' &= p \cos \alpha - r \sin \alpha \\ q' &= q \\ r' &= -(p \sin \alpha + r \cos \alpha) \end{aligned}$$

Les coordonnées du Soleil dans ce repère tourné seront donc pour le miroir N :

$$p' = p \cos \alpha + r \sin \alpha; \quad q' = q; \quad r' = -(-p \sin \alpha + r \cos \alpha)$$

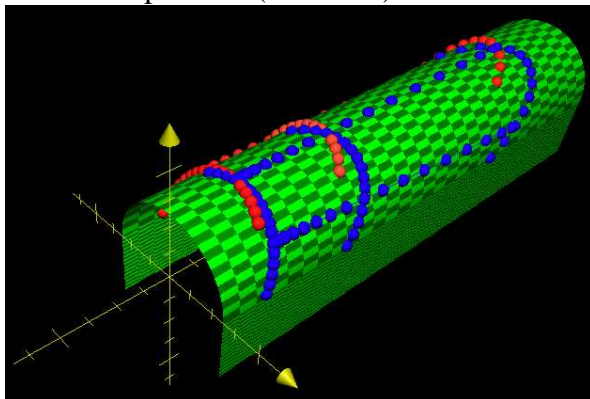
On calcule ensuite :

$$\begin{aligned} A &= p'^2 + r'^2 \\ B &= \pm 2 p' R - 2 r' (R + a) && + \text{pour miroir Est et } - \text{ pour le miroir Ouest} \\ C &= (R + a)^2 \\ \Delta &= B^2 - 4 AC \\ \rho &= \frac{-B - \sqrt{\Delta}}{2A} \end{aligned}$$

Les coordonnées x, y, z de l'intersection de la tache de lumière avec la voûte s'obtiennent par :  $x = \rho p'$ ;  $y = \rho q'$ ;  $z = \rho r'$

Il s'agit des coordonnées mesurées depuis l'un des miroirs. Sur la figure 11, on a tracé pour la latitude de 43° 30' un cadran à réflexion avec miroirs inclinés ; la voûte est orientée Nord-Sud et fait 10 m de diamètre. Les miroirs sont théoriquement situés à l'extrémité Sud des murs qui font 3 m de haut (l'angle  $\alpha = 21^{\circ},038$ ).

Sur la figure 12, qui montre le même cadran mais en vue plongeante depuis un angle légèrement Sud-Ouest, on remarque nettement la brisure des arcs au niveau de la ligne 6 heures temporaires (midi vrai).



▲ Figure 11

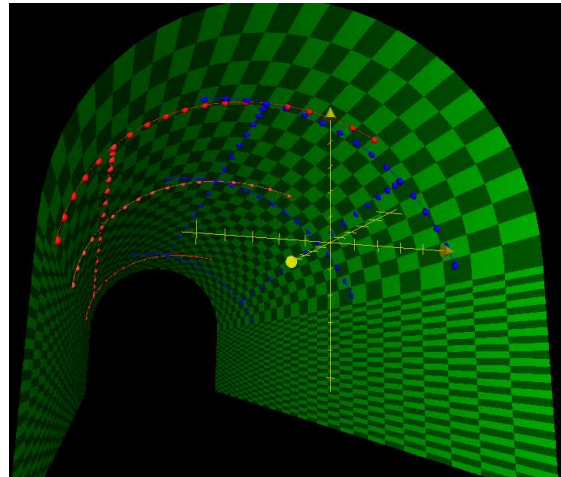


Figure 12 ▶

## Annexe 2 – Théorie du cadran solaire catoptrique de Maignan

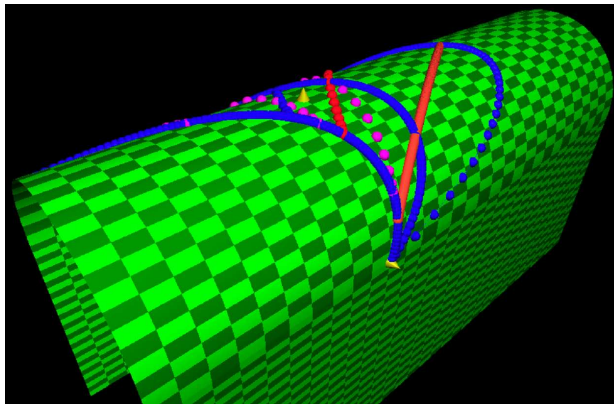
Il s'agit là encore d'un cylindre horizontal de rayon R et d'axe Oy mais déclinant d'un angle D par rapport au Sud. On peut assimiler la voûte à la moitié du cylindre ; l'équation d'un tel cylindre dont l'origine est le point O est :  $x^2 + z^2 = R^2$

Dans ce repère horizontal, les coordonnées (p, q, r) du Soleil réfléchi par le miroir situé en N vers l'Est, à la distance R de l'axe, sont :

$$p = -\cos h \sin (A - D); \quad q = -\cos h \cos (A - D); \quad r = -\sin h$$

A étant l'azimut du Soleil et h sa hauteur. Les coordonnées de la tache de lumière depuis le miroir N sont :  $x = \rho p; \quad y = \rho q; \quad z = \rho r$  avec  $\rho = \frac{-2pR}{p^2 + r^2}$

Les figures 13 et 14 sont des simulations du cadran à réflexion décrit précédemment. On a pris une latitude de  $41^\circ 55'$  pour Rome, un diamètre de voûte de 5 m et une orientation de  $30^\circ$  par rapport au Sud de l'axe de la galerie. On peut ainsi vérifier que la gravure donnée par Maignan est absolument réaliste.



▲ Figure 12

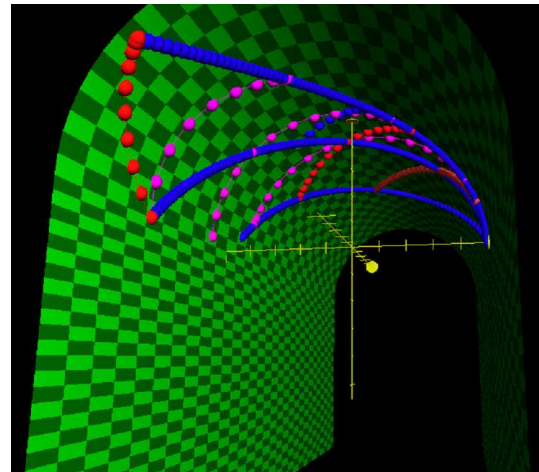


Figure 13 ►

### Légendes des figures:

Figure 1 – Frontispice de *Gnomonices libri octo...*, de C. Clavius, Rome, 1581. Figure 2 – Frontispice du *Primitiae gnomonicae catoptricae*, de A. Kircher, Avignon, 1635. Figure 3 – Cadran solaire à réflexion tracé sur la voûte du Palazzo Spada à Rome par E. Maignan, et publié dans sa *Perspectiva Horaria*, Rome, 1648. Figure 4 – Frontispice de la *Perspectiva Horaria*, de E. Maignan, Rome, 1648. Figure 5 – Frontispice de *Ars magna lucis et umbrae...*, de A. Kircher, Rome, 1646. Figure 6 – Frontispice de la *Gnomonica Universalis*, de J. P. Stengel, Augsbourg, 1675. Figure 7 – Frontispice de *Gnomonica*, de E. Welper, Nürnberg, 1672. Figure 8 – Voûte cylindrique orientée Nord-Sud. Figure 9 – On peut considérer qu'un miroir réfléchissant un rayon solaire se comporte comme l'extrémité d'un style droit par lequel passe un rayon issu d'un Soleil sous l'horizon. Figure 10 – Voûte cylindrique avec miroirs inclinés. Figure 11 – Vue extérieure (depuis le Sud) du cadran à réflexion de Kircher tel qu'il devrait être : on a tracé les arcs des solstices et des équinoxes ainsi que les heures temporaires 5 h, 6 h et 7 h. Les parties en bleu correspondent au miroir incliné à l'Ouest et en rouge les parties qui correspondent au miroir incliné à l'Est. Figure 12 – Vue intérieure depuis le Sud du cadran à réflexion de Kircher : la ligne temporaire 6 heures (en bleu) passe tout le long du zénith de la voûte. Figure 13 – Vue extérieure (depuis le Sud-Est) du cadran à réflexion de Maignan au Palazzo Spada : on a tracé quelques courbes seulement : en bleu les arcs des solstices et des équinoxes ; en rouge les heures 6 h, 10 h et 12 h de temps solaire vrai ; en rose les heures italiques 12 h, 14 h, 16 h. Figure 14 – Vue intérieure de la voûte orientée du cadran à réflexion de Maignan au Palazzo Spada.

⇒ Dans la version CDrom de Cadran Info vous trouverez en annexe: l'ensemble des figures (sous JPEG) présentées dans l'article



## Faites-les vous-mêmes

Rubrique animée par Joseph Theubet

Le responsable de cette rubrique, Joseph Theubet\* attend que vous lui envoyiez à votre tour un texte, si possible avec photo(s), sur la réalisation technique de votre ou de vos cadrans. Avec votre permission, il sera publié dans Cad-Info et fera partie d'un ensemble de « recettes » susceptible d'être publié, ne serait-ce qu'en réseau interne. Ainsi votre expérience servira à chacun de nous. Merci.

\*La Reculaz – 74350 MENTHONNEX-EN-BORNES – [jo.theubet@tele2.ch](mailto:jo.theubet@tele2.ch)

### Deux cadrans solaires en mosaïque par Valentino Falcone Cadrans vertical déclinant et fontaine gnomonique

Valentino Falcone nous a envoyé un article passionnant de 11 pages intitulé: "Petite histoire de deux cadrans solaires en mosaïque". A regret et faute de place, nous avons dû nous résoudre à n'en publier qu'une partie décrivant principalement la technique de la mosaïque.

Vous pouvez consulter l'intégralité de l'article avec photos supplémentaires sur la version numérique du présent bulletin. Si vous souhaitez vous adresser directement à l'auteur, voici son adresse e-mail : [valfalc@evhr.net](mailto:valfalc@evhr.net) (J.Theubet)



<<Il importait pour moi de réaliser un CS aussi durable que possible, évitant ainsi de périodiques et fastidieux travaux de restauration. Un instrument destiné à mesurer le temps doit aussi, d'une certaine manière, pouvoir le défier, d'où le choix de la mosaïque>>.

La liste des matériaux se réduisit rapidement à un petit nombre de métaux, pierres, marbres, granites et grès-cérame. Je dus constater assez vite que les tesselles appropriées au style romain pour lequel j'avais opté, telles qu'on les trouve en vente chez les spécialistes, ne répondaient pas aux normes que

je m'étais imposées. Celles en marbre ne m'offraient pas une gamme de couleurs assez large, alors que d'autres, pourtant très acceptables de ce point de vue, ne convenaient pas au style choisi.

Après mûre réflexion, je décidai définitivement de les obtenir par mes propres moyens à partir de matériaux céramiques, seuls à répondre à toutes mes exigences.

Il s'agissait plus précisément d'utiliser des carreaux en grès-cérame prévus pour pose extérieure, ayant par conséquent une bonne résistance aux intempéries, une dureté considérable, d'où résistance à l'abrasion, une épaisseur constante, une excellente planéité de la face visible et une vaste gamme de couleurs allant de la plus intense saturation au pastel le plus délicat.

Restait à trouver un moyen pour en faire des tesselles sans trop de pertes ou de difficultés rédhibitoires.

A ma connaissance, les mosaïstes grecs et romains n'achetaient pas leurs tesselles. Ils les fabriquaient de leurs mains, avec une précision remarquable, et en grande quantité si nécessaire, cela à une époque où ils ne pouvaient profiter d'aucune machine. J'en conclus qu'avec les moyens disponibles de nos jours, on devait pour le moins pouvoir en faire autant.

J'utilisai les bonnes vieilles méthodes tout en les modernisant, mais toujours dans le souci de respecter de mon mieux la façon des anciens maîtres. A ce sujet, je ne puis omettre de dire que certains d'entre eux parvenaient à loger une cinquantaine de tesselles dans 1 cm<sup>2</sup> lorsque l'amour du détail l'exigeait.

L'épure, dans son élaboration finale, en plus des indispensables signes horaires, comprenait les courbes diurnes, les signes du zodiaque, les coordonnées du lieu, la date de fabrication et une devise latine: "*Horas ne numerem nisi serenas*", que l'on peut traduire par: "*Je n'aimerais indiquer que les heures sereines*".

Dans deux coins plutôt dépouillés du cadran j'avais pu caser deux médaillons représentant le lièvre et la tortue, allusion à la morale du célèbre vers de La Fontaine : *Rien ne sert de courir, il faut partir à point.*

Deux mois plus tard, la livraison si attendue des carreaux en grès-cérame fut effectuée, et les dix cartons commandés étaient enfin en atelier, prêts à servir. Après quelques essais, je finis par trouver une solution tout à fait satisfaisante en débitant les carreaux ( ceux en ma possession faisaient 20 x 20 cm ) en lames de 20 cm de long et en diverses quantités de trois, quatre, sept et dix mm de large. A partir de ces lames, avec d'adroits coups de pince, je devais obtenir sans trop de difficultés les tesselles voulues: carrées, rectangulaires ou triangulaires, suivant les besoins.

Comme il faut un minimum d'outillage pour travailler une matière aussi dure que le grès-cérame, il me fallut franchir le pas douloureux d'acheter une scie diamantée de qualité professionnelle équipée d'un chariot, un choix de pinces, une marteline et un taillant au carbure de tungstène, plus quelques autres outils plus menus du même genre. Il fallut également acheter un panneau de fibrociment (sans amiante ) aux mesures imposées par le fabriquant, soit 250 cm de long, 120 cm de large et 6 mm d'épaisseur.



Sur une partie du panneau découpé aux dimensions exactes du cadran, soit 112 cm de large sur 106 cm de haut, je fis une copie fidèle du carton, dont le tracé me servirait plus tard de repère pour pouvoir y coller avec précision la mosaïque une fois terminée.

Pour ce qui est des carreaux en grès-cérame, leur seul inconvénient résidait dans le fait qu'ils sont vendus en cartons de 1 m<sup>2</sup> et parfois plus.

Pour avoir un certain choix, il faut donc acheter autant de cartons que de couleurs, même si pour certaines d'entre elles quelques cm<sup>2</sup> auraient amplement suffits. Mais enfin, un cadran solaire en mosaïque mérite bien quelques petits sacrifices financiers.

Un jour vraiment mémorable pour moi fut celui où, l'opération de sciage enfin terminée, je pus m'asseoir devant l'établi pour commencer à tailler et poser les premières tesselles.

Avant de poursuivre, pour le cas où je pourrais en faire un émule, je dois au lecteur une petite explication technique concernant la pose des tesselles d'une mosaïque. Certes, on pourrait théoriquement les coller l'une après l'autre sur le support définitif, mais en réalité cette solution n'est pas très pratique pour plusieurs raisons. L'une et non des moindres est que le ciment-colle sèche trop rapidement, ce qui oblige à en préparer très peu à la fois, donc trop souvent, d'où une considérable perte de temps. En outre le rattrapage d'une éventuelle erreur de pose devient très laborieux, à moins de la détecter avant que la colle ne durcisse, mais il arrive qu'on s'en aperçoive très tard, principalement lorsque il s'agit de toutes petites tesselles.

Evidemment, je choisis la pose indirecte. Cette technique comporte la particularité de devoir tailler toutes les tesselles et de les poser au fur et à mesure sur le carton jusqu'à la dernière, sans les coller. L'avantage consiste dans le fait qu'on peut corriger facilement toute erreur, avec la possibilité de remplacer facilement un grand nombre de tesselles si nécessaire. On peut même éventuellement effectuer des changements importants, du fait qu'à ce stade, on aura déjà une vue de l'œuvre.

A côté de l'avantage que je viens de décrire, la technique de la pose indirecte comporte tout de même deux inconvénients : les tesselles sont en position instable, du moins tant qu'on n'a pas pris la précaution de poser une couche de ruban adhésif transparent<sup>1</sup>, du scotch par exemple, sur leur face supérieure afin de les relier entre elles, ce qui leur donne une bonne stabilité en attendant de les fixer au ciment-colle. On doit effectuer cette opération au fur et à mesure par groupes de quinze à vingt tesselles, puis relier ces groupes entre eux avec le même ruban adhésif, et ainsi de suite, jusqu'à la fin de la pose, c'est à dire jusqu'à ce que la mosaïque soit complète.

Le deuxième inconvénient est qu'il faut retourner la mosaïque une fois terminée, de manière à ce qu'elle repose sur la face visible auparavant pour qu'elle se présente à l'envers, dans le but de pouvoir y appliquer une mince couche de ciment-colle destinée à rigidifier l'ensemble et à le rendre ainsi plus maniable. Ce retournement doit se faire après avoir posé sur toute la surface de la mosaïque une deuxième couche de film adhésif de grande largeur, ou de plusieurs bandes de moindre largeur posées côte à côte, en veillant à ce qu'elles se superposent d'un centimètre environ pour en assurer la continuité, et ce jusqu'à ce que toute la mosaïque en soit recouverte. Ce procédé assure provisoirement une bonne stabilité à l'ensemble. Ensuite il faut découper la mosaïque en plusieurs parties bien délimitées qu'on pourra retourner l'une après l'autre avec plus de facilité. Une fois ces parties retournées, on y applique une couche de ciment-colle, en prenant soin qu'aucune tesselle ne se détache du film adhésif et ne se déplace. Il faut aussi veiller à ce que le ciment-colle pénètre bien dans les interstices afin que le collage soit plus solide. On enlève avec délicatesse l'excédent de manière à ce que la couche ait 2 mm d'épaisseur environ. Après avoir attendu 24 heures pour

---

<sup>1</sup> Cette variante de la pose indirecte, utilisant un film adhésif, est une trouvaille personnelle. En général, les mosaïstes se servent d'une toile et d'une colle à base de farine qu'on ôte avec de l'eau après le décollage de la mosaïque sur son support définitif.



qu'elle durcisse suffisamment, on procède à la pose définitive en collant côte à côte successivement et dans le bon ordre les parties qu'on avait séparées précédemment, en prenant soin que leurs champs soient parfaitement l'un contre l'autre, comme si on ne les eût jamais séparées. Pour ce collage définitif, on dépose une couche de 3 ou 4 mm de ciment-colle sur le support prévu et on appuie fortement sur les tesselles pour chasser vers le bord extérieur l'excédent de produit, qu'il faut enlever au fur et à mesure.

A présent, il est indispensable de nettoyer avec une éponge humide toute trace de colle qui aurait sali la surface scotchée de la mosaïque. Cela permet de vérifier si l'assemblage a été fait correctement et si toutes les tesselles sont bien en place.

On trouve facilement des ciment-colles de qualité professionnelle spécialement étudiées pour le grès-cérame. Ils ont en général toutes les qualités requises pour une pose extérieure, c'est à dire une remarquable résistance au gel (de l'ordre de  $-20^{\circ}\text{C}$ ), mais aussi une excellente tenue à des températures relativement élevées ( de l'ordre de  $80^{\circ}\text{C}$  ).

La dernière opération consiste à enlever les différentes couches de ruban adhésif et à effectuer le jointoiement, opération qu'on peut effectuer à l'aide du ciment-colle déjà décrit, mais un utilisant un mélange plus fluide, afin de faciliter sa pénétration dans les interstices.

Rien n'empêche de coller la mosaïque sur un support supplémentaire plus épais pour rendre l'ensemble encore plus solide. On peut également fixer un méplat ou une cornière en laiton contre le pourtour, non seulement à titre décoratif mais aussi pour le protéger, car il constitue à présent la partie la plus fragile.



A l'approche du solstice de printemps, mon cadran se trouvait enfin installé sur la façade de la maison, non sans quelques difficultés, vu ses 96 kg !

L'ensemble des travaux avait nécessité huit mois de recherches et de travail, y compris les nombreuses heures passées à étudier les rudiments de la gnomonique et de la

mosaïque. Pour cette dernière discipline, l'étude des célèbres mosaïques de la Villa Romaine de Piazza Armerina, haut lieu de la mosaïque romaine, et de celles non moins célèbres de style byzantin de Monreale, toutes deux en Sicile, me fut d'un grand secours. D'ailleurs, avant de commencer à mettre les mains à la pâte, si j'ose dire, je ne pus m'empêcher d'aller observer de près ces chefs-d'œuvre.

⇒  **Dans la version CDrom de Cadran Info vous trouverez en annexe:**

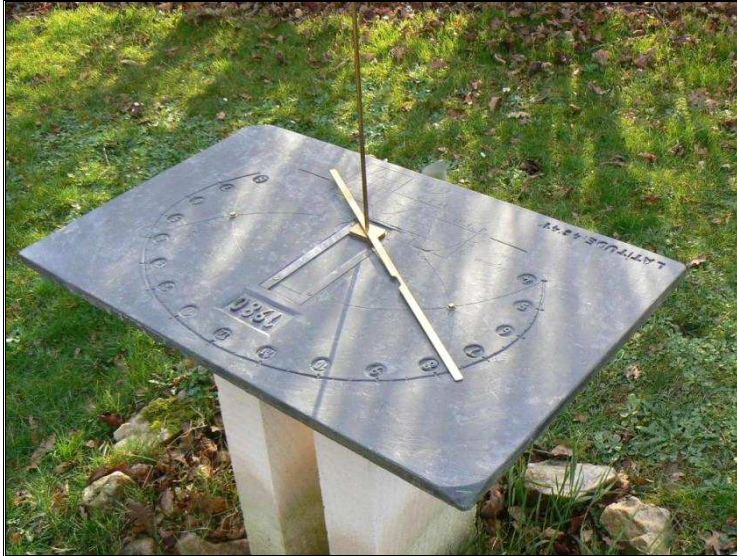
L'intégralité de l'article de V Falcone: "Petite histoire de deux cadrans solaires en mosaïque" ainsi que des photos techniques de réalisation.

\*\*\*\*\*

## La gravure d'un cadran solaire sur ardoise par Jean-Paul Cornec

### Présentation

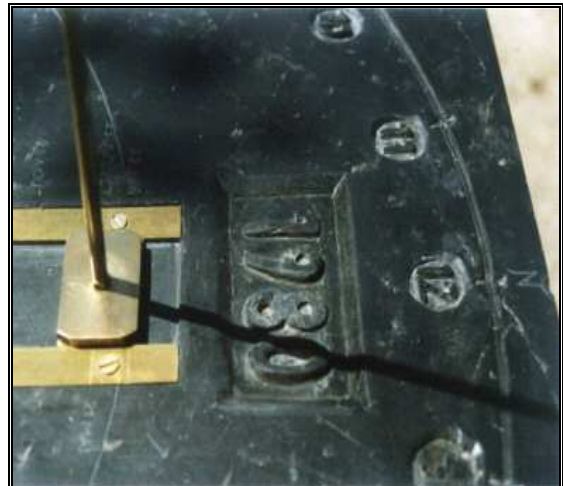
Installé dans mon jardin depuis plusieurs années, ce cadran analemmatique est un horizontal classique à style mobile. Je ne vous apprendrai pas que la famille des cadrans analemmatiques est vaste, mais que ce type est le plus couramment réalisé. Il se rencontre plus fréquemment sous forme de cadran monumental de plusieurs mètres de diamètre, à style humain : c'est une personne qui joue le rôle de style en se plaçant sur l'échelle des dates et en indiquant l'heure avec son ombre. De nombreux exemples ont été recensés par la Commission.



Le cadran de mon jardin constitue, quant à lui, un point de rencontre entre la gnomonique et la gravure sur schiste, deux passions que j'essaie de cultiver. Il n'est pas le premier (ni le dernier) : le plus ancien cadran gravé par l'auteur remonte à 1973. C'était un méridional simple gravé sur une ardoise standard de toiture avec des outils improvisés. C'est d'ailleurs la facilité de la réalisation et la simplicité de l'outillage employé à l'époque qui m'a incité à poursuivre cette

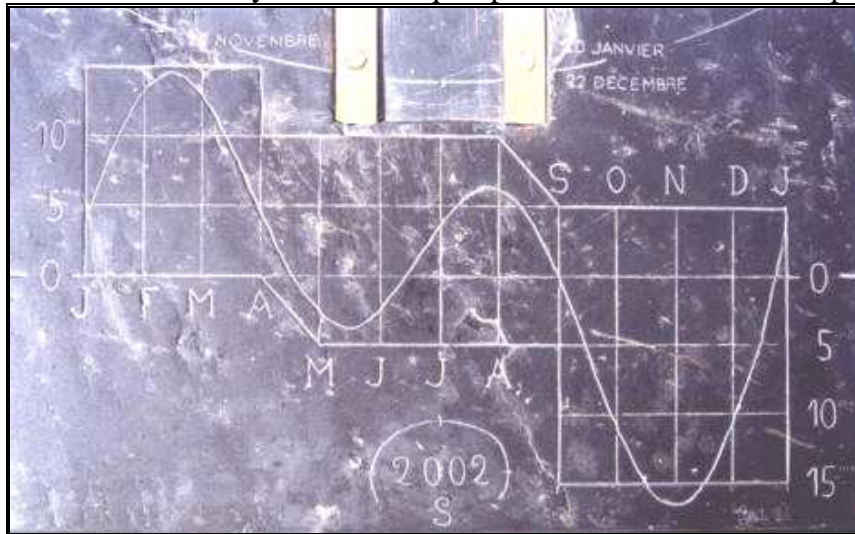
activité, qui n'est d'ailleurs pas limitée aux cadrans solaires.

Je vais vous présenter ici quelques techniques de gravure que j'ai développées et auxquelles j'ai eu recours pour fabriquer ce cadran dont la réalisation constituera le canevas de cet article.



Je l'avais gravé en 1980 sur une dalle de schiste rectangulaire, de 80 x 50 cm, sur 2 cm d'épaisseur. La masse de cette dalle dépasse les 20 kg. L'ellipse elle-même a un grand axe de 60 cm; le demi-petit axe vaut, pour la latitude indiquée, 22,5 cm. L'ellipse est limitée à 4 h du matin et 8 h du soir, bien que, rigoureusement en théorie, ces heures extrêmes ne soient pas atteintes; mais il s'en faut de si peu... Les heures sont indiquées par des encoches dans la ligne de l'ellipse. Les demies ainsi que les quarts sont également indiquées par des encoches plus

petites. Les chiffres des heures sont gravés dans des pastilles circulaires à l'intérieur du tracé. Les deux foyers sont marqués par des vis en laiton à tête plate.



Au sud, un diagramme de l'équation du temps s'inscrit dans un quadrillage de 2 cm de côté adapté à la forme de la courbe. Au niveau de la partie positive est gravée la phrase : "Le cadran retarde"; au niveau de la partie négative, la phrase : "Le cadran avance", sous-entendu sur le temps moyen.

La date de la fabrication initiale est gravée en relief dans un cartouche de 10 x 5 cm au nord du cadran. J'ai ajouté plus tard la date de restauration, 2002, sur le bord sud de la dalle. La valeur de la latitude, précédée du mot *LATITUDE*, est gravée profondément en creux près de ce bord.

### Le style et l'échelle des dates

Il y a quelques années le cadran et son socle avaient dû être retirés durant des travaux réalisés sur la maison, car ils étaient dans le passage du tractopelle... J'en ai alors profité pour le "réviser", c'est-à-dire repasser la gravure, fabriquer le nouveau style et lui ajouter deux nouvelles fonctions : les "marqueurs saisonniers" et les "cercles de Lambert". L'un et l'autre ont été présentés dans le N°9 de Cadran-Info. Le cadran a ainsi retrouvé une nouvelle vie.

Le style est désormais une tige ronde en laiton de 35 cm de long et 4 mm de diamètre, qui vient se fixer sur une embase, également en laiton. Elle s'enfile sur une longue vis fixée sur cette embase. Celle-ci est guidée dans son déplacement saisonnier par 2 lames de laiton bordant l'échelle des dates qui, mesure 17,2 cm. Elle est gravée en creux de sorte que le pied de la tige est au niveau de la table du cadran. Son logement mesure 20 x 7 cm. Les dates sont indiquées explicitement sur les côtés, en dehors des lames. Ce sont les dates traditionnelles qui correspondent, à partir de l'équinoxe de printemps, à des variations de 30 en 30° de la longitude solaire; autrement dit des dates tournant autour du 21 de chaque mois.

### Marqueur saisonnier et Cercles de Lambert

La raison d'être du "marqueur saisonnier" est inhérente au cadran analemmatique horizontal qui est d'abord un cadran d'azimut. Vu d'un point de l'échelle des dates le Soleil se lève et se couche pour cette date dans une certaine direction et à une certaine heure. L'intersection de cette direction avec le grand axe de l'ellipse se fait en un point qui représente le *marqueur saisonnier* pour la date correspondant à ce point de l'échelle des dates. Il y a donc, pour une date donnée, deux marqueurs, l'un à l'est pour le lever et l'autre à l'ouest pour le coucher. La théorie montre qu'il y a en tout 4 marqueurs annuels de chaque côté, dont la position ne change que légèrement au cours de l'année.

Matériellement j'ai conçu une lame amovible qui pivote autour du style. Des repères y ont été gravés correspondant à la distance du marqueur au point correspondant de l'échelle des dates. A ce niveau la lame est évidée jusqu'à son milieu. Elle est ainsi réversible, une face est dédiée à l'automne et l'hiver et l'autre au printemps et à l'été. Une rotation de la lame autour du style positionne le repère sur le point pour la date choisie. Une extrémité porte l'indication

"Azimut" et l'autre "Heure". Cette fonction peut être utilisée à tout moment : il suffit de positionner le style sur l'échelle et la lame sur le cadran pour indiquer les directions et les heures des lever/coucher pour une date donnée.



### La réalisation du cadran – La gravure sur schiste

J'utiliserai ici les mots schiste ou ardoise de façon synonyme, même si l'une est une variété de l'autre. Pour la gravure du schiste elle-même, les deux outils principaux sont la patience et la délicatesse. Oubliez le burin, le marteau et le disque. Le schiste vous en récompensera par la finesse, l'élégance et surtout la durée. Les innombrables cadrans solaires gravés sur le schiste que la CCS a recensé un peu partout en France et, tout particulièrement en Bretagne, en sont le témoin.

Trois ou quatre siècles après leur installation, les lignes horaires, les inscriptions, les décorations sont toujours présentes, quasiment intactes, et même remarquablement fraîches sur des cadrans qui, pour quelque raison, ont été remisés durant des décennies. Souvent, les traits de construction sont encore visibles, de même que les petits trous qui ont tenu la pointe d'un compas. Il y a une émotion certaine à retrouver ainsi le travail de conception et de construction du graveur.

Les seuls cas de dégradation irrémédiable que nous avons pu constater, sous la forme du délitage de la surface du cadran, résultent d'un mauvais choix initial de la plaque d'ardoise. Nous ne connaissons guère qu'une variété de schiste d'une carrière du centre de la Bretagne qui nécessite des outils tels marteau ou burin, avec la scie circulaire au carbure, pour en dégager une œuvre, ce que l'exploitant de la carrière réalise d'ailleurs fort bien.

### Les outils

Les outils de base seront toutes sortes d'objets métalliques pointus de diverses grosseurs comme des pointes de compas, des pointes à tracer, etc.; il n'y a pas de standard, c'est au graveur de trouver son jeu de pointes. Il sera bon de leur adjoindre un manche pour une meilleure prise en main. C'est avec ces outils simples que j'ai commencé. Puis j'ai acheté il y a longtemps un jeu de petites gouges initialement destinées au travail du bois; les lames sont très variées : droite, biseautée, pointue, large, étroite, en V, en U, etc. Elles permettent de tailler, creuser, élaborer des motifs décoratifs, profiler des traits de gravure, biseauter les bords d'une surface en creux, etc. J'y ai adjoint un jeu de petites limes destinées au modélisme. Ici encore avec une variété de formes et de tailles : plate, carrée, queue-de-rat, tire-point, demi-lune, etc. Celles-ci vont permettre de profiler un contour, d'achever la forme

Les "cercles de Lambert" sont une propriété esthétique des cadrans analemmatiques. Un tel cercle, pour une date donnée, passe par les foyers de l'ellipse, le point correspondant de l'échelle des dates et les points de l'ellipse représentant les heures de levers et des couchers pour cette date. Pour ne pas surcharger le tracé je n'ai gravé que les cercles des solstices.



d'un évidement. A cet ensemble viennent s'ajouter une petite scie, des pinceaux et des brosses, à poils souples ou durs pour essuyer et dégager la poussière d'ardoise; et enfin, une petite perceuse avec un jeu de forets, fraises, mini ponceuses, etc. Parfois j'ai recours à la scie à métaux pour découper une plaque, ou au ciseau à bois pour creuser. Les normographes peuvent aussi être retenus pour tracer des caractères alphanumériques ou des formes précises.

D'une façon générale j'utilise assez peu de machines pour travailler le schiste. La machine n'est pas subtile. Seule la main a la délicatesse voulue et permet la précision. La main va sentir la résistance à la gravure, due par exemple à une inclusion de pyrite, et saura s'arrêter et contourner ou traiter l'obstacle. La machine risque de passer outre, déraiper et abîmer le travail en cours. Naturellement la durée du travail s'en trouve allongée : mais, bon, j'ai le temps...



### La dalle de schiste

L'acquisition de la plaque peut se faire directement à la carrière, mais celles-ci sont de plus en plus rares. Ou chez un marchand de matériaux de construction qui propose des dalles de différentes tailles pour réaliser des pavages. Ce fut le cas du cadran analemmatique décrit ici : c'est initialement une dalle de 80 x 50 cm. L'une comme l'autre source pourra éventuellement tailler votre plaque à la forme et la dimension souhaitées si vous n'avez pas l'outillage adéquat. Un cadran solaire doit avoir une forme nette et finie : disque, carré, rectangle, combinaisons de formes diverses. Il est toujours dommage de voir de nos jours des cadrans réalisés sur des plaques de schiste brutes et informes. Ce n'était jamais le cas autrefois : dans l'inventaire de la Commission, vous ne verrez que des cadrans aux formes parfaitement définies. J'avais aussi acquis il y a plusieurs années dans une carrière galloise un jeu de disques d'ardoise de différentes tailles qui m'ont permis de réaliser directement des cadrans ou d'autres œuvres sans avoir à tailler moi-même une plaque en forme disque.

### Préparation

La première étape est le dressage de la plaque. Pour un travail correct, celle-ci doit être aussi unie que possible et, bien sûr, plane si vous réalisez un cadran plan. Elle sera ainsi assimilable à une feuille de papier sur laquelle vous tracerez l'ébauche et le plan de votre cadran. Veillez à ce que la plaque initiale soit déjà relativement plane et exempte de dépressions trop importantes. L'"huile de coude" associée au papier de verre est encore le meilleur outil pour cela mais c'est quand même une des quelques phases, ici parce qu'elle peut se révéler violente, où la machine, ponceuse en l'occurrence, peut être mise à contribution. Prudemment. Il est en effet très facile de creuser ou d'érafler involontairement l'ardoise. Mais un trou ne se rebouche pas. S'il n'est ni trop profond ni trop étendu la seule solution est de poncer autour pour réobtenir une surface unie. La ponceuse à bande est préférable à la ponceuse disque si vous travaillez une surface plane, car cette dernière attaque la plaque sur une trop petite surface. Petit à petit vous arriverez à produire une surface unie.

Attention : ce travail, comme d'ailleurs tout le processus de gravure, produit *beaucoup* de poussière fine qui tend à se répandre, se déposer et s'infiltrer partout. Le port d'un masque et de vêtements usagés peut être recommandé.

### La gravure en creux

Sur cette plaque unie l'esquisse de votre futur cadran, ou de toute autre gravure, peut se faire au crayon papier qui est suffisant dans un premier temps. La marque laissée par la mine est parfaitement visible. Si l'esquisse vous convient vous la repassez avec une pointe

fine, genre pointe de compas pour dessiner véritablement votre cadran. Vous aurez ainsi un dessin en traits clairs sur la surface sombre.

Mais avec l'habitude, vous commencerez directement par cette étape. Vous dessinerez votre œuvre directement à la pointe métallique. Les parties circulaires seront tracées au compas si un centre est accessible; les parties rectilignes à la règle. Un pistolet de dessinateur peut être utile pour une courbe. A ce niveau les corrections et rectifications sont faciles.

Une fois que les traits reportés vous semblent définitivement corrects, la gravure va commencer. Continuez avec la pointe métallique et ajoutez-y de la patience. Il suffit de passer et repasser une pointe sur ce trait initial, qui, comme vous le constaterez, a déjà une certaine profondeur suffisante pour guider votre outil. Une fois que vous jugerez que le trait est assez profond (1 mm suffit), vous pourrez recourir à d'autres outils, tels des gouges ou une pointe plus grosse, pour approfondir, élargir et former ce trait. Une petite meule sur perceuse peut aider à former des traits ou des entailles. Vous êtes alors seul juge de la suite du travail.

### **Exemple du tracé de l'ellipse**

Les dimensions relatives de l'ellipse de l'analemme sont bien sûr déterminées par la latitude du lieu où vous allez le mettre en place. La plaque étant donnée c'est au graveur de choisir l'implantation de l'ellipse sur celle-ci donc, en particulier, de choisir les dimensions qu'il va donner et l'emplacement de son centre; c'est affaire d'esthétique et de goût. Ici nous avons retenu un grand axe de 60 cm pour une largeur de plaque de 80 cm.

En pratique plusieurs méthodes sont disponibles pour tracer une ellipse. Une méthode classique est celle "du jardinier" : une ficelle fixée sur deux pivots positionnés aux futurs foyers de l'ellipse, avec un crayon qui "décrit" cette ficelle tendue. Pour la précision, il vaut mieux, et c'est ce que nous avons fait, partir de l'équation classique de l'ellipse :  $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ , où  $a$  et  $b$  sont les valeurs des demi-grand et petit axes. On exprime par exemple  $y$  en fonction de  $x$  :  $y = \pm [b \sqrt{1 - x^2/a^2}]$ . On commence par tracer un système d'axes orthogonaux dont l'origine est le centre de l'ellipse. A partir de là on établit soit un quadrillage par exemple au pas de 1 cm ou moins, soit un rectangle aux dimensions de l'ellipse dont les côtés seront gradués encore une fois au pas de 1 cm ou moins. Puis pour chaque abscisse  $x$ , on reporte les valeurs  $y$  correspondantes. Vers l'extrémité du grand axe, le pas devra être réduit pour bien rendre la courbure de l'ellipse dans cette zone. Les points  $(x, y)$  seront marqués avec une pointe fine, sans trop insister. Ensuite vous reliez les points pour tracer l'ellipse. Cela se fait à main levée ou à l'aide d'un pistolet de dessinateur. C'est "à l'œil" que l'on estime que la courbe de l'ellipse est correctement tracée. A ce stade il est donc encore possible de rectifier sans problème.

Puis toujours à l'aide d'une pointe vous passez et repassez cette courbe délicatement pour approfondir le trait. Ensuite vous utilisez une pointe plus grosse ou des gouges pour accroître la profondeur ainsi que la largeur de la courbe. Cela dépend de la taille de votre cadran ou de l'ellipse : un petit cadran, une petite ellipse se contenteront d'un tracé fin; ici l'ellipse de l'analemme a 3 mm de large et environ 2 de profondeur.

Les points horaires ont été représentés par une encoche qui dépasse l'ellipse de part et d'autre, les demies et les quarts par des encoches internes.

La gravure de l'équation du temps a obéi au même principe : définition d'un quadrillage, report des points de la courbe, liaison de ces points, approfondissement et accentuation de la courbe. Ici de plus le quadrillage a aussi été accentué pour faciliter la lecture de la courbe.

### **La gravure en relief**

C'est une opération bien plus longue que la gravure en creux. Il faut définir et délimiter précisément les surfaces qui vont ressortir : lignes horaires en relief, chiffres, décoration, etc. Puis vous devrez creuser la plaque autour de ces motifs avec des gouges larges ou un ciseau à

bois. Des petites meules actionnées par la petite perceuse peuvent se révéler utiles. A vous de définir la profondeur. Si la surface à traiter est petite l'outil devra s'adapter. Ce fut le cas des chiffres des heures du cadran analemmatique qui sont inscrits dans une pastille évidée dans la

plaque autour du chiffre; en quelque sorte ils émergent du fond de la pastille. J'ai dû creuser chaque alvéole à la main autour de la forme du chiffre avec une gouge étroite. Même chose pour le cartouche de la date et le mot "latitude". Bien sûr il faudra effacer toute trace d'outil sur les parties évidées. Rappelez-vous que l'ardoise se clive : il y a donc le risque de faire sauter une pellicule d'ardoise sur la surface qui va rester lors de l'opération de creusement.



### Inscription

Si vous ajoutez une inscription, il y a plusieurs solutions. Soit vous écrivez le texte avec votre pointe et vous la gravez ensuite comme précédemment. Il faut bien définir la place du texte, la hauteur des lettres, etc. C'est ici le cas des deux phrases de part et d'autre de l'équation du temps. Soit vous choisissez de définir ces caractères par des gabarits genre normographe avec lesquels vous utiliserez votre pointe métallique fine. A partir de ces caractères normalisés, il est tout à fait possible de redessiner des caractères curvilignes. J'y ai eu recours pour écrire les noms des mois de l'échelle des dates, ainsi que pour les graduations du quadrillage de l'équation du temps. Vous pouvez aussi vous lancer dans la gravure d'une inscription en relief..., pourtant malgré la longueur évidente du travail, les textes en relief sont fréquents sur les cadrans anciens. Ils devaient en augmenter le prix.

### Perçage

Vous devrez sans doute percer un trou, par exemple pour installer un style : la perceuse est là indispensable. Des forets pour métaux feront très bien le travail. La vitesse de rotation devra être très modérée. Il est recommandé, surtout si la plaque est fine de débiter par percer un trou fin avec une mini perceuse et d'agrandir progressivement le trou. Si la plaque est épaisse, et c'était le cas du cadran analemmatique, on peut directement percer le trou au diamètre choisi avec une perceuse à colonne, encore une fois avec une vitesse de rotation modérée. Attention : l'ardoise a tendance à éclater au débouché du foret. L'entame est toujours nette; il vaut donc mieux démarrer le perçage du côté qui sera visible une fois le cadran installé. J'ai dû percer des trous pour passer les vis qui tiennent les lames latérales de l'échelle des dates, lesquelles d'ailleurs recouvrent et masquent le départ de tiges filetées qui participent à la fixation du cadran sur son socle. De même les vis qui marquent les foyers de l'ellipse s'insèrent dans des trous percés directement.

Ce socle est en béton cellulaire, avec deux blocs qui constituent le pied, soutenant un troisième bloc sur lequel le cadran est fixé par un ensemble de tiges filetées. Le tout est facilement démontable le cas échéant. Ce pied est lui même fixé sur un bloc de granit plan enterré. J'ai laissé un espace entre la plaque du cadran et son socle pour éviter leur dégradation.

### Le finissage

Cette étape finale est essentielle. Elle consiste à éliminer, effacer toutes traces du passage d'un outil. A nouveau il est dommage de trouver des cadrans modernes sur lesquels ces marques n'ont pas été effacées. Quand il nous a été donné d'examiner de près des cadrans anciens sur ardoise, nous avons toujours remarqué qu'aucune trace d'outil n'est visible hormis

les marques de construction. Souvent d'ailleurs au verso de la plaque figurent un brouillon du cadran, des essais d'outils, de gravure, etc. aussi nets qu'au premier jour. Ce n'est donc pas le temps qui a effacé les traces d'outil, mais bien le graveur à la fin de son travail.

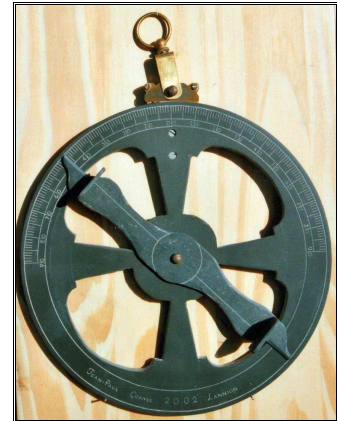
Dans un premier temps, le papier de verre ou la toile émeri feront du bon travail. C'est à ce moment que l'on s'aperçoit qu'il est en effet difficile d'éliminer un trait ou un trou de construction gravé trop profondément, ou même simplement esquissé. D'ailleurs au cours de la gravure, il est bon de poncer et nettoyer la surface pour estimer l'avancement réel du travail et sa qualité. Pour un finissage définitif bien uni, il existe des poudres ultra fines qui font très bien l'affaire.



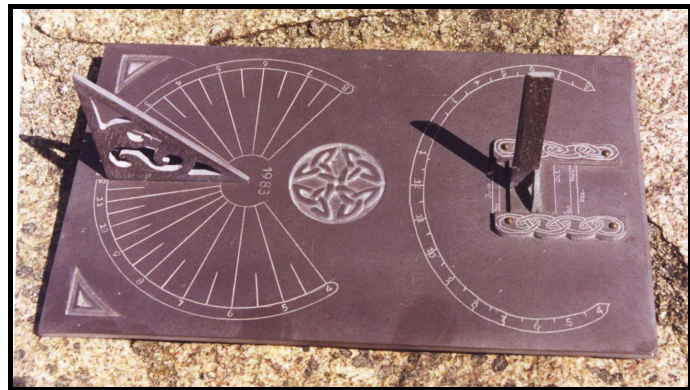
astrolabe de marine, etc.

Du fait de l'ancienneté de l'élaboration de ce cadran analemmatique, je n'ai plus idée du temps qu'il m'a fallu pour le réaliser, sûrement des semaines.

J'ai appliqué ces méthodes à d'autres réalisations, par exemple : cadran mixte horizontal-analemmatique entièrement en ardoise galloise, anneau universel où seuls les axes sont métalliques



La gravure sur ardoise est affaire de patience, mais surtout de pratique. Je ne peux donner que des indications. Les œuvres présentées ici sont relativement petites. Je n'ai pas l'expérience des grands cadrans pour lesquels, si sans doute un autre outillage s'impose, les principes de base restent identiques.



## Réalisation de deux outils gnomoniques par Michel Lambalieu

### - Un support de "style"

Les cadrans verticaux et déclinants sont les plus spectaculaires, mais la réalisation et particulièrement la fixation du style sont toujours un problème délicat pour un amateur qui ne possède que l'outillage de base. Je m'étais fixé l'objectif de réaliser un cadran avec des matériaux simples et disponibles dans les magasins de bricolage, tout en étant capable d'afficher l'heure avec une précision d'une minute. Je pense avoir trouvé une solution acceptable qui pourra enrichir la boîte à idées des travaux d'amateur.

Le cadran de Méré, présenté dans la rubrique "Informations diverses: les dernières réalisations" de ce Cadran Info N°18, a été réalisé avec le logiciel Shadows. Sa déclinaison est de 48 18' Ouest<sup>2</sup>. La maquette est actuellement en bois pour extérieur et rigidifié par des fers

<sup>2</sup> La détermination de la valeur de la déclinaison a été réalisée de trois façons, celle qui s'est avérée la moins dispersive dans les résultats étant la détermination exacte du passage du soleil au méridien local.



plats, enduit, poncé et peint avec une peinture pour bois extérieur (TOLENS spécial bois satin). Toutes ces fournitures ont été achetées, dans un grand magasin

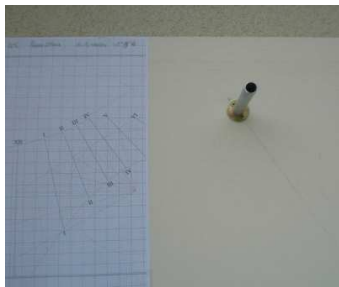
A l'aide du logiciel, on détermine :

- a) l'implantation du support de style (tronqué dans le cas actuel) avec une bonne précision, le mm,
- b) la dimension de la tige portant l'ocilleton, solution à mon sens la meilleure pour augmenter le contraste de lecture,
- c) la distance au pied de la sous-styloire, avec une précision identique.

Pour pouvoir régler correctement les distances et les orientations, il importait donc de trouver des solutions mécaniques acceptables.

La base est une embase de support de douille électrique en laiton munie de 2 trous pour fixation le long de la sous-styloire.

Une genouillère cardan (articulation de commande de manœuvre de store) démontée, permet de récupérer un tube muni d'une fourche percée selon un axe perpendiculaire. Le support de la tige du style est un tube d'aluminium (les matériaux de dimensions requises ne sont pas tous disponibles dans la même matière !). Percé et fileté, il est fixé dans la partie récupérée de la genouillère, permettant ainsi un déplacement dans le plan vertical constitué avec la tige-support et immobilisé par une vis-pointeau à la fin des réglages de toutes les orientations et dimensions, à l'équerre et au régllet.



La liaison entre la partie filetée et la genouillère est réalisée par un tube en aluminium, d'une longueur inférieure d'un cm à la hauteur de support déterminée par le logiciel, pour permettre un réglage en hauteur précis. Le tube est fixé à l'embase à la colle Araldite®, tout en s'assurant d'une excellente perpendicularité avec la partie plane de l'embase.

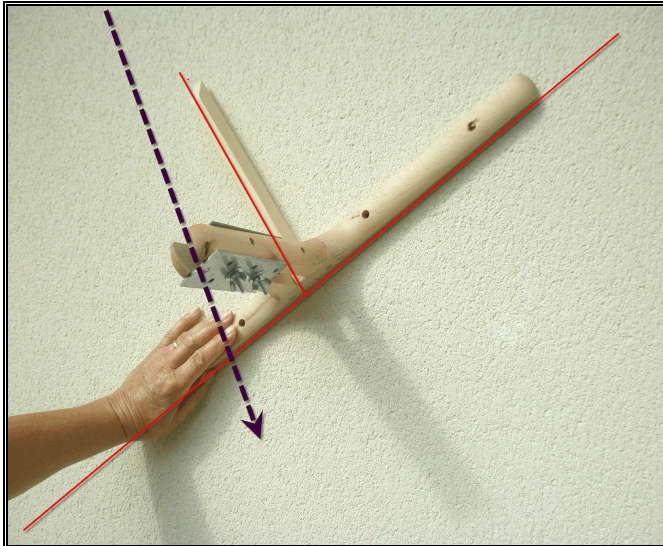
La tige du style proprement dite est un morceau de tube de laiton coulissant à frottement doux dans le support (tissus adhésif pour le rattrapage des diamètres).

Quant à l'ocilleton, il est réalisé en prélevant le soleil décor d'une pince de fixation d'embrasse de voilage, percé d'un trou de 3 mm et soudé à l'étain sur la tige, en respectant bien son alignement avec l'axe du style.



### - Une triple-équerre

Dans son traité de "*Gnomonique ou traité théorique et pratique de la construction des cadrans solaires*", (complément1 - nouveau tirage publié en 1956 chez Gauthier-Villars), G. BIGOURDAN proposait des instruments utiles pour le tracé des cadrans solaires, aux formes désuètes qui aujourd'hui nous font sourire, mais qui étaient tout à fait pertinents.



En reprenant l'idée de G. Bigourdan, la triple-équerre sera appliquée comme il se doit sur l'équinoxiale au pied de la sous-styloire. Le scellement du style dans son support mural est une opération toujours délicate. Sera ajoutée à l'équerre une plaque mobile qui permettra le réglage de distance du sommet au pied de la sous-styloire, selon les calculs. Elle est échancrée en V au milieu de sa partie supérieure pour servir de berceau à la tige du style en cours de fixation. Les différentes

dimensions seront traités, par exemple, en utilisant le logiciel SHADOWS (section "dimensions du style").

Le matériel utilisé se trouve dans les magasins de bricolage :

- 2 équerres, en hêtre par exemple, de 30 cm environ. Les trous permettent de fixer temporairement les deux équerres sur le support, le temps de la mise en place du style.
- 1 tasseau raboté de 16 mm d'épaisseur, longueur 30 cm également.
- 2 plaques de fixation métalliques montées décalées, comme l'indique la figure.
- 2 tiges filetées de Ø 3 mm ou 4 mm avec écrous à oreilles.

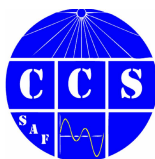
\*\*\*\*\*

### *Cadran de Mondovi Piazza-Italie (photo de J. Theubet)*



#### Orologio solare orizzontale a gnomone polare e orologio solare equatoriale (sfera armillare)

Il limite dell'ombra dello gnomone triangolare in pietra segna sulla base l'ora civile locale vera (tempo vero locale).  
Il lembo destro dell'ombra dello gnomone metallico sagomato della sfera armillare indica, sul cerchio equatoriale della sfera stessa, il tempo medio dell'Europa centrale, cioè l'ora degli orologi meccanici o elettronici. Se è in vigore l'ora "legale", all'indicazione della sfera armillare va aggiunta un'ora.  
Ora civile locale vera (tempo vero locale)  
Le ore 12 corrispondono col mezzogiorno solare locale, cioè con l'istante del passaggio del sole sul meridiano locale. L'intervallo di tempo tra un mezzogiorno e il successivo è diviso in 24 ore uguali, che spesso nelle meridiane sono numerate in 12 ore antimeridiane e 12 pomeridiane. Tale sistema orario è stato utilizzato fino alla metà del XIX sec. ed è di uso comune per molti orologi solari antichi e moderni.



## Diptyques chinois particuliers

par Jacques Vialle

Certains cadrans solaires portatifs d'origine chinoise sont considérés à tort comme des cadrans équinoxiaux. Ils sont en fait fondés sur un principe inhabituel inconnu en Europe.

*Some portable sundials of Chinese origin are wrongly considered as equinoxial dials. They are in fact based on an unusual principle unknown in Europe.*

Les catalogues publiés à l'occasion de ventes aux enchères annoncent parfois des cadrans solaires diptyques en bois dits “cadrans solaires chinois”. À première vue, ils rappellent nos cadrans diptyques occidentaux classiques mais en fait, d'un point de vue gnomonique, ils s'en éloignent par certaines caractéristiques. Ces cadrans appartiennent à deux types distincts que Needham [1] nomme “Type A” et “Type B”.



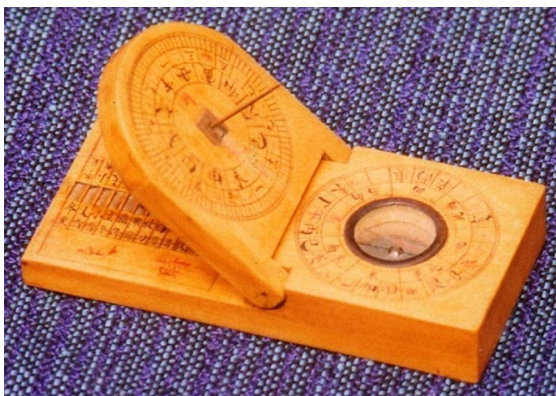
Fig. 1 : Cadran diptyque chinois de type A. Cet objet paraît être une ébauche abandonnée en cours de réalisation comme le suggèrent l'absence de graduation du cadran vertical et les lignes horaires qui convergent en plusieurs centres.

Les cadrans de type A (fig.1) sont ceux qui se rapprochent le plus de nos cadrans diptyques classiques. Ce sont des imitations populaires des cadrans de Nuremberg, probablement construits en Chine dès le XVII<sup>ème</sup> siècle sous la direction de missionnaires jésuites. Des instruments du même type, très rudimentaires et très inexacts sont encore vendus sur les marchés chinois (Michel [2]). Cela paraît tout à fait plausible comme en témoigne le nom qu'on donnait en Chine à ces cadrans (*yang kuei* ou “cadran étranger”, avertissement parfois mentionné sur l'objet lui-même).

En revanche, les cadrans de type B (fig. 2, page suivante) sont d'un aspect très particulier, inconnu en Europe. Ils se présentent sous la forme d'une planchette rectangulaire sur laquelle s'articule une table horaire inclinable munie d'un gnomon rabattable, qui en usage normal, est perpendiculaire à cette table. En avant de la table horaire, une boussole permet l'alignement de l'instrument sur le méridien. Comme il est d'usage en Chine, cette boussole comporte une ligne de foi noire sur fond argenté et la partie rouge de l'aiguille aimantée indique le Sud.

L'inclinaison de la table horaire est réglée à l'aide d'une lame de cuivre qui vient s'encastrier dans une échelle constituée de 12 crans. Ces 12 crans (fig. 3, page suivante) correspondent aux 24 (2x12) périodes (*qi*) du calendrier chinois. Needham [1] suppose alors que le calendrier local des principales villes indiquait ce qu'il appelle un “*qi* standard” c'est-à-dire le cran sur lequel devait s'appuyer la table horaire, autrement dit l'angle dont il fallait l'incliner. Les cadrans de type B fonctionneraient donc comme des cadrans équinoxiaux. Toutefois, cette interprétation était déjà contestée dès le début du XIX<sup>ème</sup> siècle (voir Takada [3], n.5). En fait, l'interprétation de Needham soulève une question majeure : si ces cadrans avaient réellement fonctionné comme des cadrans équinoxiaux, ils auraient été inutilisables lorsque la déclinaison du Soleil est négative (en automne et en hiver) puisqu'ils ne portent jamais de graduation sur leur face inférieure.

Kyoshi Takada [3] propose une autre explication : il est probable que la platine de ces cadrans était inclinée en fonction de la saison et non, comme en Occident, en fonction de la latitude – le lien entre la latitude et les indications d'un cadran solaire n'étant pas en général parfaitement maîtrisé par les utilisateurs. En été et au printemps, l'ajustement permanent de l'inclinaison de la table horaire lui conservant constamment une valeur assez proche de la latitude, les indications horaires restaient à peu près exactes.



▲ Fig. 2 : Cadran diptyque chinois de type B.



L'échelle des *qi* ("saisons" du calendrier chinois) pour régler l'inclinaison de la table. Le cran supérieur correspond au solstice d'hiver, le cran inférieur au solstice d'été: La partie gauche indique les *qi* correspondant à l'hiver et au printemps, la partie droite indique ceux qui correspondent à l'été et à l'automne. Bien noter que dans la culture chinoise les saisons commencent environ six semaines avant les équinoxes et les solstices.

En hiver, en revanche, ces indications horaires devenaient assez approximatives. Elles restaient cependant suffisantes dans la mesure où les utilisateurs se souciaient peu d'avoir une heure exacte à la minute voire au quart d'heure près. De plus, cet ajustement en fonction de la déclinaison du Soleil avait l'avantage d'éviter d'avoir à lire l'heure sur la face inférieure de la table horaire, lecture peu commode sur un cadran portatif.

En définitive, les cadrans de type B doivent être considérés comme des cadrans pseudo-équinoxiaux ou pour être plus précis des cadrans inclinants saisonniers ("*inclining seasonal dials*" dans le catalogue de Highton [4]). Ils sont fondés sur un principe inhabituel pour nous puisque la table horaire est inclinée non en fonction de la latitude mais en fonction de la saison. De plus, il n'est pas certain qu'ils étaient utilisés uniquement pour donner l'heure puisque celle-ci était nécessairement approximative, sauf aux alentours de l'équinoxe. En fait, ces cadrans portent souvent des idéogrammes qui suggèrent qu'ils servaient aussi à des fonctions astrologiques et divinatoires (Proverbio et Bertuccioli [5]) mais nous sortons ici du cadre strictement gnomonique.

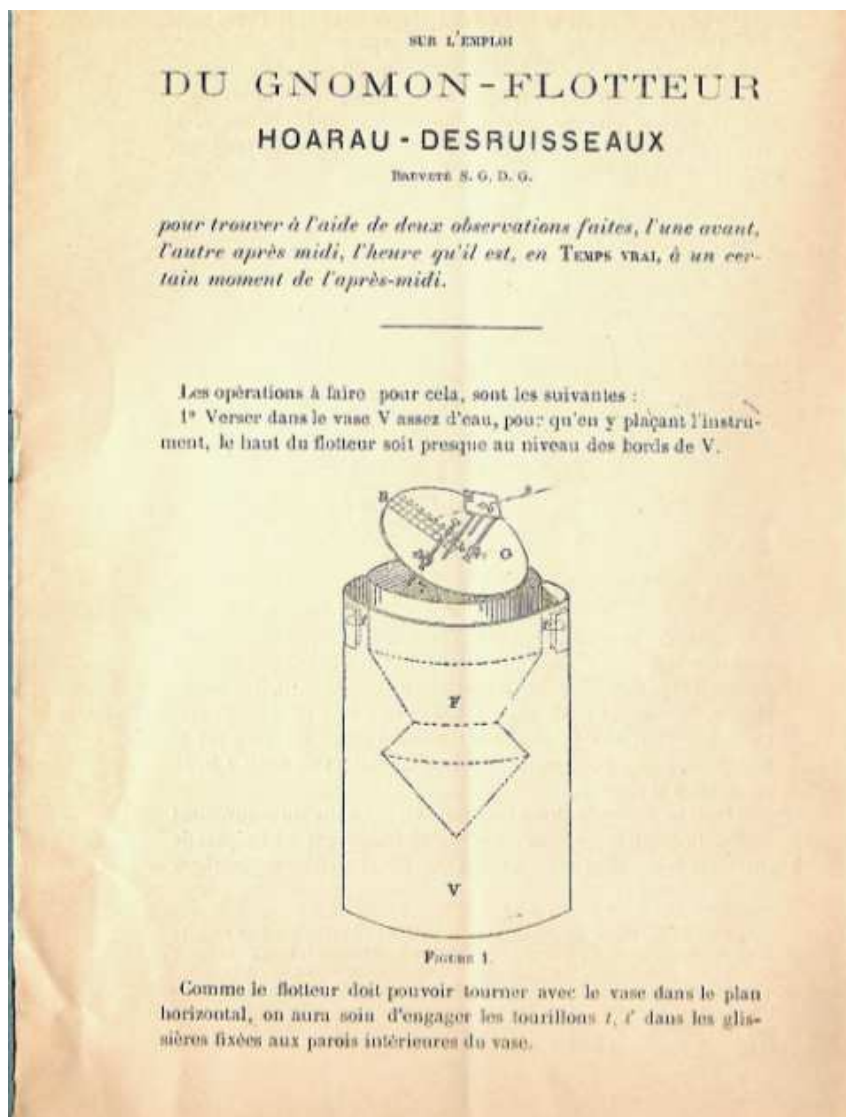
Ces cadrans étaient produits dans des centres spécialisés et la signature qu'ils portent est celle de l'atelier dans lequel ils ont été construits et non celle de l'artisan qui les a réalisés. Parmi les pièces les plus répandues, on remarque le nom de Fang Xiu-Shui (en fait un nom collectif) du village de Xiu-Li, district de Xin-An, province d'Anhui, atelier qui a été actif de la fin du XVIIe jusqu'à assez tard dans le XXe siècle (Xiu-Li était le principal centre de construction de ces cadrans portatifs). Ces cadrans bien particuliers sont toujours produits actuellement et à Pékin et dans les grandes villes de la Chine, les touristes peuvent s'en procurer dans tous les magasins de souvenirs.

Références

- [1] Needham, J. : *Science and civilisation in China*, vol. 3, Cambridge University Press, 1959, p.310-311
- [2] Michel, H. : *Catalogue des cadrans solaires du Musée de la Vie Wallonne*. Éditions du Musée Wallon, Liège, 1974 (2e éd.)
- [3] Takada, K. : "Sundials of the Far East" in Highton, H. : *Sundials at Greenwich*, Oxford University Press et National Maritime Museum, 2002, p. 7-13
- [4] Highton, H. : *Sundials at Greenwich*, Oxford University Press & National Maritime Museum, 2002
- [5] Proverbio, E. et Bertuccioli, G. : "On a Singular Chinese Portable Sundial" in *Nuncius I* (1986), p. 47-58

\*\*\*\*\*

*Trouvé dans les archives de la SAF...*





## INFORMATIONS DIVERSES



### Les dernières réalisations:

#### - De Jean Louis Gulon:

Outre le positionneur Géographique Solaire décrit dans ce n° de Cadran Info, Jean-Louis a conçu et réalisé en 2001, un **ECLIPSCOPE**, outil pédagogique d'astronomie motorisé pour expliquer le phénomène des éclipses. En 2005 c'est un **ECLIPTISCOPE** qui voyait le jour pour expliquer la mécanique céleste. Cet appareil est également motorisé.



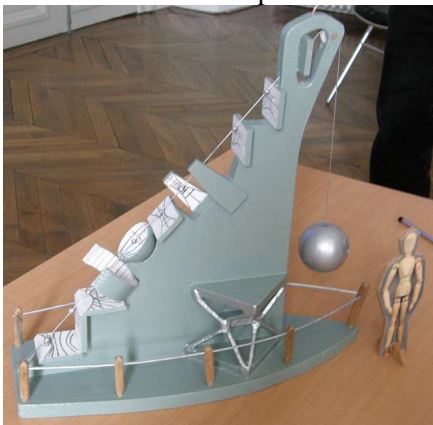
L'éclipscope



L'écliptiscope

#### - De Jean Marin :

Lors de notre réunion du mois de Mai, M. Marin nous a présenté la **maquette au 1/10<sup>ème</sup> d'une future stèle gnomonique**. <<L'idée maîtresse qui a guidée cette conception a été de disposer les principaux cadrans solaires d'angle horaire sous un unique générateur d'ombre constitué par un câble métallique sous tension constante d'un poids.



1° Ceux orientés vers les quatre points cardinaux: Oriental ; Méridional ; Occidental ; Septentrional.

2° Celui orienté vers l'azimut du lieu de pose : Horizontal.

3° Ceux dénommés "polaires" : 1 cadran plan; 1 cadran armillaire; 1 cadran hémisphérique.

4° Un cadran-calendrier avec signes Zodiacaux.

5° Un cadran-montre, dédoublé donnant TU+1 et TU+2.

Soit un total de 15 tables réceptrices d'ombre.

Autres idées importantes:

- Evoquer l'histoire de la mesure du temps depuis l'Antiquité (gnomon) jusqu'à l'avènement des horloges mécaniques (pendule de GALILEE) .

- Trouver pour l'ensemble gnomonique un "design"

tenant compte de particularités locales et régionales adaptées: présence d'un sablier stylisé, car la stèle sera érigée près de la Médiathèque de la commune voisine de Lisieux où j'habite et qui se nomme "Le SABLIER". Stèle en forme de voile, socle en forme de livet. Ces trois éléments évoquant la silhouette d'un voilier.

Soit tout un ensemble de symboles évocateurs de la navigation maritime. Le sablier, ce garde-temps qui permettait la détermination, certes approchée de longitude lors des traversées océaniques de CHAMPLAIN au départ du port de HONFLEUR vers QUEBEC et PORT ROYAL et lors des "sorties" des corsaires tels que SURCOUF, DUGUAY-TROUIN.

- Inscrire sur les CS, des devises dans les Langues des Pays voisins de la France: Allemand, Anglais, Espagnol, Italien.; comme signe de bienvenue adressé aux touristes.

Pour confirmer la faisabilité en matérialisant les principales données précédentes, une maquette a été réalisée. Elle a été présentée à Maître d'Ouvrage, en occurrence, le Maire de ma commune entouré par ses conseillers qui ont accepté le financement des travaux de construction de la stèle . Ceux-ci doivent débiter au cours du 3ème trimestre 2008. Les différents items des phases de constructions sont:

- Formation d'une équipe de bénévoles.
- Choix des matériaux avec un critère majeur : leur " résistance au temps".
- Plans de fondations, de ferrailage ( par J.Marin).
- Détermination de la ligne Sud-Nord.
- Exécution des travaux de fondations et de maçonnerie ( surveillance :J. Marin ).
- Réalisation des cadrans solaires par plusieurs Ateliers.
- Pose et réglage progressifs des cadrans produits.
- Exécution des travaux de ferronnerie.
- Positionnement précis du Style et des cadrans.

La fin de ces travaux est prévue dans le courant du 2ème trimestre 2009>>

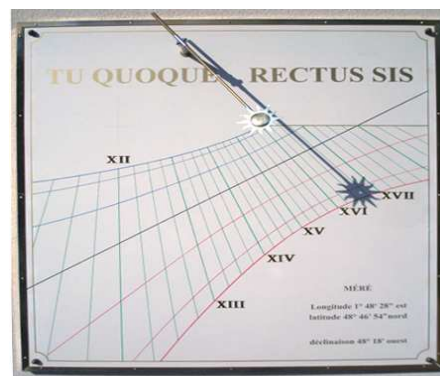


#### Avancement à début août:

<<Je viens d'achever la construction du prototype de la stèle complète (éch.1/1)avec des éléments de charpente et du contreplaqué épais. Ceci afin de trouver méthodiquement le meilleur positionnement des différentes tables ainsi que le meilleur endroit de mise en station pour éviter les " ombres parasites" dues aux arbres et aux bâtiments environnants. Je suis en train d'élaborer les plans de BA des fondations et de la stèle >> J. Marin.

#### - De Michel Lambalieu :

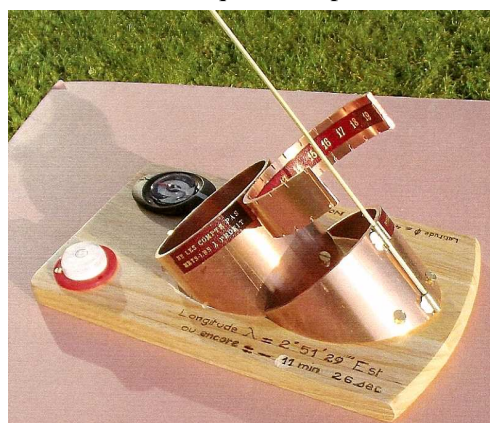
**Cadran vertical déclinant de l'après-midi** de 48°18' Ouest, réalisé pour Méré, près de Montfort-l'Amaury dans les Yvelines. Longitude 1°48'28" Est, latitude 48°46'54" Nord. Devise: TU QUOQUE RECTUS SIS. Le cadran, dont le tracé a été réalisé avec le logiciel Shadows, mesure 90 cm x 100 cm . La maquette de réalisation est actuellement en bois pour extérieur et rigidifié par des fers plats, enduit, poncé et peint avec une peinture pour bois extérieur (TOLENS spécial bois satin). Toutes ces fournitures ont été achetées en magasin.



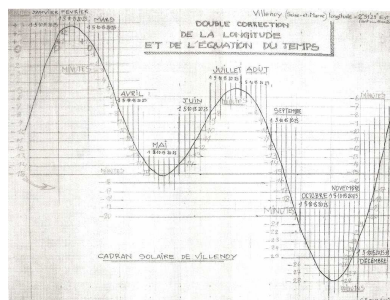
#### - De Claude Planche :

<<Il s'agit d'un **cadran solaire équatorial**, que l'on pourrait qualifier « de salon» de part sa modeste taille (27 cm x 15 cm x 12 cm) et son poids de 2 kg. Les trois éléments qui le composent proviennent du sciage d'un tube de cuivre de diamètre 9 cm et d'épaisseur 3mm). Les chiffres arabes de 4 h à 20 h sont « poussés»au fer chaud sur chagrin, et dorés à la feuille d'or 21 carats. Cette bande de cuir est collée sur le cuivre recevant l'ombre du style polaire en laiton et amovible. Les lignes horaires sont représentées par des traits de scie.

La devise, en latin: UTERE NON NUMERA est également « poussée» à chaud, à l'or fin. La traduction *ne les compte pas, mets-les à profit* est également gravée à l'or fin sur chagrin. La latitude (49° Nord ) et la longitude de -11 min 26 s sont pyrogravées sur le socle en bois, sur lequel sont fixés le niveau à bulle centrale et la boussole de randonneur.



Pour mes proches et pour mes invités, tous ignares en gnomonique, j' ai fait une courbe pour l'année 2007 (année de réalisation de ce cadran) de double correction de la longitude et de l'équation du temps E. (11 n'y a plus que l'heure d'hiver ou les deux heures d'été à ajouter à la correction. Ce n'est pas bien difficile>>.



Les indications concernant l'équation du temps proviennent des éphémérides astronomiques de la S.A.F.

<<L'idée de réaliser un cadran solaire équatorial armillaire m'est venue après lecture du chapitre 5, traitant le sujet pages 54 et 55 de l'ouvrage intitulé : *Les cadrans solaires*, de Denis Savoie, chez Belin pour la Science de 2004.

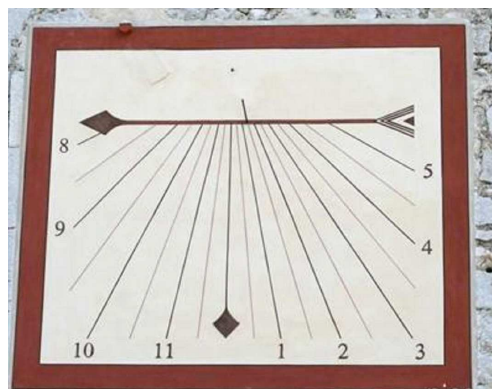


Toutes critiques ou corrections à apporter seront les bienvenues>>.

En projet: construction d'un cadran solaire horizontal de jardin (le style polaire, en laiton décoré, est déjà réalisé) dont la table sera une énorme meule à grain de 1,50m de diamètre.

**- Information de Jean-Michel Ansel (à partir d'une annonce de presse) :**

<<Fruit du hasard, d'une émotion et d'une ferveur que seule la grâce peut apporter. Il y a un peu plus d'un an, un couple de touristes Monégasques, visite le village de Peille (06). Les cloches de l'église Sainte-Marie carillonnent appelant les fidèles à la messe dominicale. Jirinka et Yohan Dejong, qui déambulent dans les ruelles pittoresques, se dirigent naturellement vers l'église. C'est l'heure de l'office célébré par le père Giuliano. L'intimité de la pensée, les liens d'amitié qui se tissent à la sortie de l'office dont Monique Barelli, ancienne adjointe font le reste... Jirinka souhaite faire un don à la paroisse. On lui suggère la remise en état du vieux cadran solaire qui orne la façade du XVIe siècle de l'église. En un instant la décision est prise, Jirinka offrira à son mari pour ses 80 ans la restauration du cadran. Remis en état par Bruno Gherbi, fresquiste spécialiste des monuments historiques. Il a été inauguré le 8 mai dernier, à l'issue d'une messe solennelle célébrée par le père Alain Goinot, délégué épiscopal à la culture du diocèse de Monaco, accompagnée et chantée par Marc Olivieri. Présidée par le maire, Stéphane Sainsaulieu et de nombreux élus l'inauguration s'est déroulée en toute simplicité, comme le souhaitaient les époux et mécènes>>.



et chantée par Marc Olivieri. Présidée par le maire, Stéphane Sainsaulieu et de nombreux élus l'inauguration s'est déroulée en toute simplicité, comme le souhaitaient les époux et mécènes>>.



**Informations en continu :**

Depuis la fin de 2007, nous avons renforcé les informations envoyées par mail. Chaque courriel est identifié par le titre : « SAF\_CCS\_Informations ». Afin de ne pas pénaliser les membres non informatisés ou ceux qui le sont mais ne reçoivent pas correctement les messages, nous avons repris ci-dessous la liste des informations diffusées. Ci-dessous informations faisant suite à celles publiées dans Cadran-Info N° 17. ● = information périmée, juste pour mémoire ■ = information encore valable.

	2008
● Rappel des réunions de la CCS: 24 et 25 Mai et 25 et 26 octobre	N17 08 09/04
■ La Société Catalane de gnomonique nous a offert l'ensemble de "LA BURSCA DE PAPER" (CD; présentation PDF) du n° 1 daté de 1989 au n° 59 de nov/décembre 2007.	N18 08 20/04
■ Le livre "Les méridiennes du monde" de Mme Gotteland sera disponible fin Mai	N19 08 04/05
● Le "CENTRE MEDITERRANI DEL RELLOTGE DE SOL", informe d'un voyage gnomonique les 12 et 13 septembre.	N20 08 18/05
■ Sommaires des revues de la Deutsche Gesellschaft für Chronometrie (N113 février 2008) et de Gnomonica Italiana (N14 février 2008).	N21 08 21/05
● Du 23 au 29 juin: Festival du livre et de l'image "Les Cadrans solaires" Parc naturel du Queyras. Les 5 et 6 juillet la "nuit de la science" Musée de l'histoire des Sciences de	N22 08 23/05



Genève. Du 16 au 30 août les journées Astro-Ciel	
■ Diffusion du bulletin de la Commission des Cadres solaires du Québec	N23 08 23/05
■ Sommaire de la revue de "La British Sundial Society" du mois de Juin 2008,	N24 08 27/05
● 4 places libres pour le voyage de la British Sundial Society en Alsace du 5 au 11/09/08.	N25 08 29/05
● Envoi du CR de la réunion de Sens par mails et par courrier postal	N26 08 05/06
■ Sommaires des revues "The Compendium" Volume 15 Number 2 June 2008 et "De Zonnewijzerkring"	N27 08 10/06
● 21 et 22 juin 2008: week-end découverte des cadrans solaires à Plaudren	N28 08 11/06
■ Photos réunion à Sens de JC. Gavet: <a href="http://picasaweb.google.com/jcmdyg/Saf_ccs_2425Mai2008_sens?authkey=vULzS8iOUtA">http://picasaweb.google.com/jcmdyg/Saf_ccs_2425Mai2008_sens?authkey=vULzS8iOUtA</a> et adresse du site d'Astronomie de l'ACA: <a href="http://astrosurf.com/cheminots/themeastro.html#sitegnom">http://astrosurf.com/cheminots/themeastro.html#sitegnom</a>	N29 08 15/06
● Exposition "La tête dans les étoiles ! l'esprit des sciences à la Renaissance" : Du 04/04/2008 au 09/11/2008 au château de Kerjean à Plounévez.- Lochrist 29	N30 08 17/06
■ D. Savoie parle de cadrans solaires : "Ces montre de notre histoire" sur le podcast à l'adresse: <a href="http://www.cieletespaceradio.fr/index.php/Rencontre">http://www.cieletespaceradio.fr/index.php/Rencontre</a>	N31 08 25/06
■ Vous partez découvrir un département de France? Indiquer lequel à Ph. Sauvageot il vous adressera la liste des cadrans solaires à rechercher .	N32 08 1/07
■ Sommaire de la nouvelle revue "Scaphé" de la CENTRE MEDITERRANI DEL RELLOTGE DE SOL	N33 08 5/07
● Recherche un "animateur" pour un atelier sur les cadrans solaires du mardi 5 au jeudi 7 août dans le cadre du Festival d'Astronomie de Fleurance (Gers)	N34 08 16/07
■ Sommaire de la revue la "Busca de Paper" N°60 de la Societa Catalan de Gnomonica	N35 08 24/08
■ Sommaire de "Arbeitsgruppe Sonnehuren im Osterreichischen Astronomischen Verein Rundschreiben N°35 juin 2008 de la Gnomonicae Societas Austriaca (32 pages)	N36 08 24/08
■ Souscription au livre "Don Bedos de Celle entre orgues et cadrans solaires" de la société archéologique de Béziers.	N37 08 19/08
■ Sommaire de la revue Gnomonica Italiana N°15	N38 08 19/08
■ Mise à jour du site de la Commission (inventaire 2008, offres...)	N39 08 26/08

☞ Pour tout renseignement, s'adresser à Ph. Sauvageot.



## Gnomonique du Monde

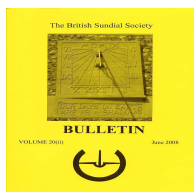
### - Sommaires des dernières revues ou bulletins:



#### **Arbeitsgruppe sonnenuhren im Osterreichischen Astronomischen Verein N°35 juin 2008 (papier) de LA GNOMONICAE SOCIETAS AUSTRIACA GSA**

- Editorial, Anschriften, Termine - Die analemmatische Sonnenuhr in Langeegg, *Hanno Metzler* - Ein Ausgrabungsfund, *Klaus Leckebusch* - Lichtleitersonnenuhr, *Hans Kolar* - Die CD des Sonnenuhrenkataloges unter Microsoft Vista, *Adi Prattes* - Zum Nachdenken, *Franz Vrabc*- Aufgabe aus dem Rundschreiben 34 und ihre Lösung, *Franz Vrabc* - Fotos der Sonnenuhr beim Kreisverkehr in Puch bei Hallein

o o o o o

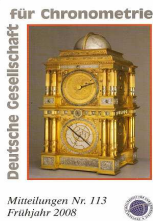


#### **VOLUME 20(ii) - Juin 2008 (papier) de la BRITISH SUNDIAL SOCIETY**

°Editorial °Sundial Faces - *Mike Cowham* °The Solar Pyramid - *Robin M Catchpole* °New Dials - *Brightmer, Dmitriev* °Postcard Potpourri 8 - Petts Wood, Chislehurst - *Peter Ransom* °Readers' Letters - *Maltin*, Bowling °George Watts' Dial °Charles Darwin's Sundial - *John Davis* °Sundial Trail Presentation °Making Porcelain Sundials - *Elena F Vasilevskay & Aleksandr M Boldyrev* °Minutes of the 2008 AGM °The Geographic Distribution of Surviving English Scratch (Mass) Dials - *Chris HK Williams* °The 2008 BSS Conference, Latimer - *Chris Lusby Taylor* °In Mrs Crowley's Footsteps - *John Lester* °Book Review - *Michael Isaacs* °A Celtic Quartet - *Tony Wood & Finola* °Can'oll °Lutyens' Vertical Sundials - *John Foad*

°The Dial that Never Was - Dennis Stukenbroeker °A Vertical Arachnidean Sundial Indicating Islamic Prayer Times and the Direction of Mecca - Ortwin Feustel °There's a Lovely Sundial in that Garden ... ! - from The Recorder °Photographic Competition 2007 - Patrick Powers °A Millennium Dial in Cheshire and an 18<sup>th</sup> Century Treatise on Dialling - Irene Brightmer

o o o o o



**Mitteilungen N° 113 Frühjahr 2008 (papier) de la DEUTSCHE GESELLSCHAFT für CHRONOMETRIE**

Consacrée principalement à l'horlogerie, la revue ne manque pas de présenter régulièrement des articles sur la gnomonique. Dans ce numéro:

Kanonische sonnenuhr und vertikale spinnen-sonnenuhr par Siegfried Wetzel; Der einfluß der zeitskalenform auf die polos-dimensionierung par Ortwin Feustel

o o o o o



**GNOMONICA ITALIANA N° 15 juin 2008 (papier) de Coodinamento Gnomonico Italiano - CGI**

Uno studio sull'orologio romano conosciuto come 'Prosciutto di Portici (Gianni Ferrari); Gli asintoti delle linee di declinazione (Alessandro Gunella); L'orologio Terra (Maria Magi); Le Ombre del tempo (Mirco Antiga); Spunti per la didattica (Maria Luisa Tuscano); Date civili, segni zodiacali, stagioni e declinazioni (Antonio Giorgi); Orologi solari medievali azimutali. Analisi dei testi e possibili collazioni - seconda parte (Maria Arnaldi); I Quiz, (Alberto Nicelli); Solar verst pyramids of St. Petersburg (Valery Drnitriev); Rassegna Stampa (Alessandro Gunella); Un metodo molto semplice per passare agli altri sistemi orari partendo da un orologio ad ore francesi (Alessandro Gunella); Il metodo universale per fare dei quadranti solad di Philippe de la Hire (Alberta Nicelli); Recensioni (Gianni Ferrari); Eventi, (Fabio Garnerò); Orologio-Calendario Solare su una piazza a Folignano (Antania Giorgi)

o o o o o



**Le Gnomoniste N°2 juin 2008 (sur le site: [http://cadrans\\_solaires.scg.ulaval.ca/](http://cadrans_solaires.scg.ulaval.ca/)) de la COMMISSION DES CADRANS SOLAIRES DU QUEBEC**

- Liminaire par André E.Bouchard; Un musée imaginaire de cadrans solaires dans la ville de Québec par André E.Bouchard; Le nouveau cadran dans le port de Québec par J. Serge Dion; Le cadran du château Glamis en Ecosse par Lindsey Whiehead; Un projet d'études au musée national de ma marine(UK) par Mélanie Desmeules; Correspondance; Visite d'un cadran équatorial à Genève par Caroline Bouchard; Journée de la culture le 27/09/08

o o o o o



**"The Compendium vol 15, n.2 June 2008" (sur CD) de la NORH AMERICAN SUNDIAL SOCIETY**

- Sundials for starters : gnomonic pillar sundial par Robert L. Kellogg - Inscription at George Washington's birthplace - Homogeneous analemmatic sundials par Hendrick J. Hollander - Finding true north with a theodolite par Barry Duell - Digital bonuses - Sightings....at the golden arches par Ludwig & Bailey - Conformal maps for oughtred's double horizontal sundial par Ortwin Feusel - Quiz answer: the sun compass par Vinck, Barmore & Wieland - Quiz : location lost par Rolf Wieland - Altitude dailas of the Capoucine family par Alessandro Gunella - The tove's nest.

o o o o o



**SCAPHE N° 0 (sur papier) du CENTRE MEDITERRANI DEL RELLOTGE DE SOL**

Editorial; Un cop d'ull sobre Rafael Maso, I els rellotges de sol; Interview de D. Savoie (texte en français); Un quadrante solare del pellegrino?; La filatella y la gnomonica; El ojo del tiempo, un reloj solar monumental; Recorregut pel municipi de Gualba (Vallès Oriental); Incorporations al catàleg.

o o o o o



**Bulletin (papier) de la JAPAN SUNDIAL SOCIETY**

Revue N°2 (2000); N°3 (2002); N°4.(2003); N°5 (2004); N°6 (2005); N°7 (2006), N°8 (2008), entièrement en japonais, comportant une trentaine de pages avec schémas, photos N&B et pour le dernier numéro, des photos en couleurs.



**La BUSCA de PAPER N° 60 avril 2008 (CD et papier) Societat Catalan de Gnomonica**

- Editorial *Jaume Ventura* président - Trazando un reloj *Ignasi Vilà* - Analematicos con analema *Joan Girbau* - Reloj de sol horizontal de reflexion de sobremesa *Valentin Gonzalez Sierra* - Entrevista: *Rafael Soler i Gaya Eduard Farré* - Discapacitados Expedicion Pol Sur *Conxita Bou* - Congreso Internacional de SOL en Cuenca del 24 al 26 octubre 2008 Museo de las Ciencias de Castilla-La Mancha - Fons documental de la SCG avec l'information que la Commission des Cadran Solaires de la SAF a offert l'ensemble des cadran Info du N°1 au N°17 à la SCG.



**Zonnewijzers in Nederland (papier)**

Liste des cadrans solaires des Pays-Bas. Rédigé en néerlandais, le fascicule comporte une centaine de pages.

**Zonnewijzerkring bulletin 08.2 n° 97, mai 2008 (papier) de la Zonnewijzerkring (Amsterdam)**



Excursie : De zonnewijzers van de Waarden; D.de Groot, Hendrick J. Hollander; Réunion gnomonique de printemps dans la ville de Sens - Société Astronomique de la France; Bijeenkomst te utrecht 22 september 2007 – secretariat; Bijeenkomst te utrecht 29 maart 2008 – secretariat; Een scheefgenomen foto rechte trekken - AJM van den Beld; Homogene analemmatische zonnewijzer - Hendrick J. Hollander; Uitbreiding eisinga planetarium ingewijd - FW Maes; Trifilaire zonnewijzer van Bernard Rouxel - FJ de Vries; Dubbele lichtstreep zonnewijzer - FJ de Vries; Zonnewijzer of sculptuur? - FW Maes; Alleen maar een briefkaart - JAF de Rijk; Zonnewijzer n folie de haere

onder handen - "De Stendor"/Sasbrink; Literatuur, door vd Hoeven, Maes, Theunissen, Verschuuren; Engelse summary van bulletin 96, januari 2008 - R. Hooijenga; Kroniek 2007 – secretariat; Aanvullin inhoudsopgave, nr 88t/m 96 - FJ de Vries; Kleurenbladen bij B.97 – redactie

**- Rappel:**

Toutes les revues publiées sur papier sont scannées. Les articles qui vous intéressent peuvent ainsi vous être adressés au même titre que les revues sur support numérique .

☞ Pour se procurer des articles, s'adresser à Ph. Sauvageot.

° Si vous avez une adresse mail et l'ADSL, les dossiers peuvent vous être envoyés gratuitement par courriel (maxi 2/3 pages). Pour un nombre de pages plus important l'envoi se fera sur CD (prix d'un CD vierge + frais d'expédition).

° Si vous n'êtes pas informatisés, une photocopie peut être réalisée. Attention pas de recto verso, prix de la feuille au tarif de la SAF, + frais d'envoi suivant poids.



**- Informations des sociétés gnomoniques:**

° Manuel M. Valdes Carracedo de l'Associacion de Amigos de los relojes de sol nous adresse un courriel à l'occasion de notre réunion d'octobre afin de <<saluer de sa part toutes les connaissances gnomoniques qui participeront. Il regrette de ne pouvoir être des nôtres.

° **Doug Bateman** prévoit de quitter sa fonction de secrétaire de la **British Sundial Society** en 2009.

° **La North American Sundial Society** informe que sa prochaine réunion annuelle se tiendra le 7/10/ 2008 à St. Louis, MO.

° **Bartomeu Torres**, président du “**Centre Mediterrani del Rellotge le Sol**” (Centre Méditerranéen du Cadran Solaire) nous adresse ce message: <<La CMRS est née de l'intention d'être un lien pour tous les gnomonistes de la région méditerranéenne. Parmi nos objectifs, nous voulons prioriser les relations et les contacts avec les collègues d'autres associations dans cette zone. Dans ce sens, on peut noter notre programme pour 2008, à savoir: la rencontre de Navarre (Espagne) en Septembre et la participation de la CMRS à la réunion annuelle de la SAF-CCS en Octobre.

Ceux qui viennent nous rejoindre trouveront, en plus de nos activités, une page Web ([www.rellotgedesol.org](http://www.rellotgedesol.org)) constamment mise à jour des informations concernant la gnomonique de niveau mondial. Un élément important dans notre démarche, est la publication de notre magazine « Scaphe », qui paraît maintenant tous les six mois, en coïncidence avec les solstices et dont le premier numéro a été publié en Juin dernier.

Enfin, l'association offre à ses membres un inventaire des cadrans solaires des pays méditerranéens qui se comporte actuellement plus de 2000 exemplaires.

Au sein de la CMRS, nous croyons fermement à ce projet méditerranéen, réunissant les synergies de tous les gnomonistes de cette macro-région. A partir de ces éléments, nous vous invitons à participer à ce projet>>

Siège social: H.E. Cal Campaner E-17850 BESALÚ (Girona) Adresse postale: Rambla del Camp de l'Aigua, 5 3r. 2ª. E-08540 CENTELLES (Barcelona) Téléphone et fax: 93 881 11 52

Adresses mails et sites: [btorres@rellotgedesol.org](mailto:btorres@rellotgedesol.org) [info@rellotgedesol.org](mailto:info@rellotgedesol.org) [www.rellotgedesol.org](http://www.rellotgedesol.org)

° Le 27 mars dernier, nous avons eut le plaisir de rencontrer MM **Sumi Yoichi** et **Yukio Ono** de la **Japan Sundial Society**. Alain Ferreira et Evlyne Tricot avait organisé une visite des cadrans parisiens. Nous nous sommes retrouvés au siège de la SAF, où Elisabeth Sablé nous a avait préparé un...thé. Ce moment vu l'occasion d'échanger sur notre passion commune et d'établir des liens entre nos 2 sociétés. M. Ono Yukio nous a présenté un recueil de ses réalisations et projets de cadrans solaires comprenant des cadrans portatifs, muraux et monumentaux.



° **Reinhold R. Kriegler** de la **Deutsche Gesellschaft für Chronometrie** nous informe que son site [www.ta-dip.de](http://www.ta-dip.de) a été visité 49000 fois en l'espace d'un an par des internautes du monde entier.



## ° Autres informations

### - Dans le rétroviseur:

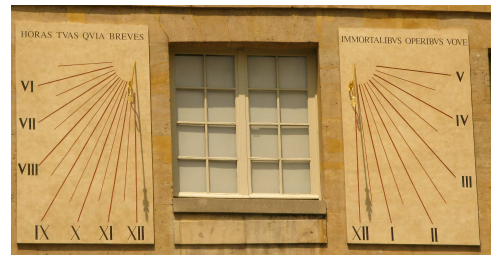
#### **Journée des commissions le 7 juin à Meudon:**

Sur la base de la présentation faite lors de la réunion de notre commission à Sens (voir CR), Philippe Sauvageot a développé les activités de la commission, les services mis en place et principalement la création d'un nouveau site web.

Denis Savoie a enchaîné sur l'histoire de la restauration des deux cadrans de l'institut du quai Conti à Paris et de la création d'un cadran solaire à la bibliothèque nationale de Téhéran dont il a assuré les travaux ces derniers mois.

Peu de traces étaient encore visibles sur les deux cadrans du XVIII<sup>ème</sup> siècle. Il a fallu tout retracer et même retirer et repositionner les styles après les avoir recouvert d'or. C'est M. Emmanuel Poulle, membre de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres qui a imaginé la nouvelle devise: HORAQ TVAS

QVIA BREVES... IMMORTALIBVS OPERIBVS VOVE (puisque tes heures sont brèves, consacre les à des œuvres immortelles).

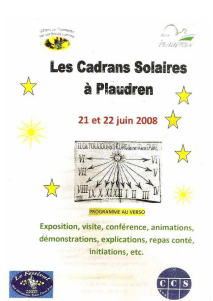


Le cadran de Téhéran était une création réalisée sur un panneau en béton de 5mx3m recouvert de marbre. Sur la face Sud-Ouest a été tracé un cadran islamique à gauche et un cadran traditionnel à droite. Sur la face Nord-Est est représenté un cadran classique.

Afin de transmettre un savoir gnomonique peu répandu dans le pays, Denis était entouré d'étudiants qui apprenaient ainsi in situ. Son travail a également été filmé en tant que support pédagogique.



### Journées cadrans solaires des 21-22 juin à Plaudren:



<<Sur une initiative d'Alain Le Doujet, pharmacien du village de Plaudren (Morbihan) et à l'invitation de l'Office de Tourisme du Pays du Loc'h (Landes de Lanvaux); **P. Labat, B. Rouxel et J.P. Cornec** ont animé le week-end du solstice d'été, sur le thème des cadrans solaires. Le pignon de la pharmacie d'A. Le Doujet est orné



d'un cadran monumental, œuvre de Michel Bresson qui l'a réalisé en 2004. Le cadranier américain J. Carmichael l'a d'ailleurs retenu dans son site "Painted Wall sundials", réunissant les plus beaux cadrans peints (N° 455). Lors de la deuxième étape du Tour de France le peloton est passé au pied de ce cadran. Malheureusement les caméras n'étaient pas situées du bon côté !

Samedi matin, accompagnant une douzaine de personnes très intéressées, P Labat a commenté une visite de quelques cadrans représentatifs de la région (Colpo, Saint-Jean-Brevelay,...). L'après-midi environ 40 personnes ont assisté à une conférence sur les cadrans solaires, présentée par J-P Cornec, rappelant leur évolution à travers l'histoire depuis les premiers cadrans égyptiens jusqu'aux dernières réalisations modernes; elle était principalement illustrée par des cadrans bretons.

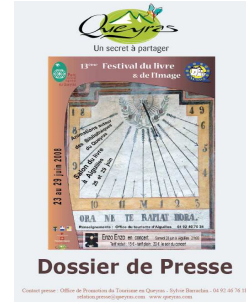
Parallèlement une exposition était présentée à la salle des fêtes. Elle réunissait un ensemble d'une dizaine de panneaux réalisés par l'Association pour la Protection du Patrimoine Historique de Redon (APPHR) : ils présentent une courte histoire des cadrans et de nombreuses photos de cadrans de la région. Nous exposons aussi plusieurs petits cadrans reproduisant les principaux types de cadrans solaires ainsi qu'un dessin taille réelle du cadran du musée de Vannes, œuvre de R. Majendie. B Rouxel exposait un canon méridien et un équatorial à équation de l'abbé Berthiaud. De nombreux ouvrages, théorie, pratique, inventaires, étaient également présentés: ils ont été beaucoup feuilletés et parcourus. Cette exposition a attiré un bon public surtout le dimanche après-midi, et nous avons répondu à beaucoup de questions.

Nous avons aussi réalisé deux cadrans solaires dans la cour des deux écoles du village. Un cadran analemmatique (2,7 x 1 m) et un cadran à style sphérique tel que B Rouxel l'a exposé ans le dernier numéro de Cadran-Info. Le style était ici...un ballon de basket. P Labat s'est chargé de la démonstration. Les cadrans étaient réalisés à la craie, donc éphémères. Néanmoins le cadran analemmatique a retenu l'attention des directions des écoles et nous devons, pour la rentrée, leur fournir un gabarit grandeur nature pour qu'elles implantent un tel cadran à demeure dans leurs cours.

Ce week-end fut un succès, le soleil était présent, les habitants ont bien répondu>>>.

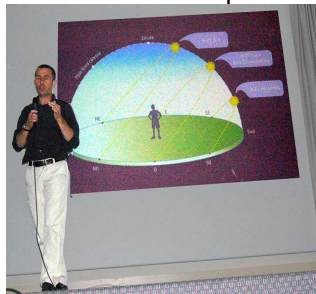
### 13<sup>ème</sup> Festival du livre et de l'image du 23 au 29 juin en Queyras:

Ce festival était placé sous le thème "Les Cadrans solaires du Queyras" et se tenait à Aiguilles. **Alain Ferreira** nous informe de son bon déroulement et de l'intérêt qu'il a suscité.<< Plusieurs membres de notre commission participaient à cette manifestation. **Olivier Escuder** a fait une excellente présentation des devises et deux visites botaniques (sa spécialité). **Serge Grégori** avec **Michel Ugon** étaient présents pour la table ronde consacré au cadranier Zarbula. Il y avait également **Michel Lalos** et Francis Tamarit de Genève>>>. De très agréables journées très instructives.



### Conférence de Denis Savoie le 26 juin à Paris:

Sur le thème "Quelques étapes majeures de l'histoire de la gnomonique", Denis Savoie a examiné dans un premier temps les problèmes liés au transfert des connaissances gnomoniques



des Grecs vers le monde arabo-islamique. Ce qui a permis de discuter des cadrans gréco-romains, de leur forme en volume et de leur calcul, en insistant sur le traité de l'Analemme de Ptolémée.



Dans un deuxième temps, il a été présenté la gnomonique catoptrique, principale innovation du XVII<sup>ème</sup> siècle en terme de cadrans solaires, avant de terminer par le survol du seul observatoire astronomique entièrement gnomonique, celui de Jaïpur en Inde.

En complément voici quelques **notes prises par Jean-Claude Gavet**:

Dans son exposé, D. Savoie évoque le paradoxe qu'il n'y a aucune information sur la façon dont se sont transmises les données babyloniennes vers les hellénistes (manque de source). On trouve quelques informations de la transmission de la gnomonique grecque vers la gnomonique arabe dans quelques écrits de David King.

Les Scaphées : Denis explique que beaucoup de cadrans de cette époque sont dans des volumes (cadrans gréco-romains). Il y a 12 intervalles, le scaphé indique des heures inégales. Les cercles des solstices d'hiver et d'été et de l'équinoxe sont tracés.

Cadran cylindrique polaire d'Ai Khanoum. Concernant ce cadran (cadran sculpté avec 2 pattes de lion) se reporter à l'article paru dans l'astronomie vol 121, juillet-août 2007). Denis insiste sur le fait que le style est polaire et que c'est l'extrémité de l'ombre qui indique l'heure .

Analemme de Vitruve: Pas de fiabilité des textes car ceux dont nous disposons aujourd'hui proviennent de reconstitutions tardives. Les cadrans antiques ne sont pas précis car construits de façon empirique. Vitruve ne donne un texte que pour midi.

Ptolémée: méthode de l'analemme --> 6 angles: vertilis, horarius, horizontalis, descen...

Andronicos de Chiros: cadrans solaires déclinants sur chaque face ... donc tracés à partir de calculs et non de façon empirique.

Delambre: projection orthographique.

Luquet: lien entre les preanalemetos de Ptolémée et les arabes.

Chez les arabes on trouve les heures des prières, 5 par jour: Zuhr : midi solaire; Asr : instant où l'ombre = ombre de midi; Maghrib: coucher; Isha: crépuscule astronomique soit 18° sous l'horizon; Fajr: aube (aube astronomique). Les calculs sont précis, les heures sont précises.

Présenté avec les photos associées sont commentés: Cadrans solaires tardifs du XVIII avec une ligne toutes les 20mn. Citadelle du Caire avec un cadran à 5 styles; Alep; Alexandrie. Remarque: les cadrans solaires ne se trouvent que sur les faces SW des mosquées. Cadran solaire Byzantin.

Passage au cadran solaire à style polaire? tous les cadrans solaires arabes sont à style droit. Delambre dit n'avoir aucune idée de qui a inventé le style polaire. C'est certainement l'horlogerie qui est à l'origine du style polaire.

La gnomonique catoptrique typique du XVII : utilisation de l'optique dans les cadrans solaires. 1622 G.Shonberger (jésuite). Maignan: tracé à l'intérieur d'un palais avec miroir au siège du conseil constitutionnel italien. Il y a 3 cadrans au monde : Le cadran solaire du lycée Stendhal est unique au monde. Il a été réalisé par le Jésuite Jean Bonfa en 1673. Sur les plafonds ... on étale sa science .... mais il est difficile de lire l'heure.

L'observatoire de Jaipur: 27°de latitude (1720) terminé l'exposé. L'observatoire est exclusivement gnomonique et composé de cadrans solaires géants. Restauration au début du XX mais pas toujours avec la compétence requise.

☛ Si vous participez ou avez la connaissance de manifestations gnomoniques dans votre région, ayez le réflexe de communiquer l'information. Merci.

### - En vrac:



A la "foire aux outils anciens" de Bièvres dans l'Essonne, M. Guy Artzner a fait l'acquisition d'une médaille en relief comportant douze cadrans solaires et gravé au nom de la "Caisse des dépôts et consignations". Le stand présentant des règles à calcul et divers autres instruments, était tenu par un versaillais, M. Morizet. Contacté, M. Morizet me faire part qu'il << est collectionneur d'instruments anciens en tout genre et possède quelques cadrans solaires allant du modèle de poche au modèle de jardin. Il n'envisage pas d'en vendre mais il nous transmet une photo d'une sciatère (voir ci-dessous). Elle est incomplète car il manque sur la platine supérieure le gnomon rotatif tel que figuré dans le livre de N.Bion. Il en existe

une autre remontée en cadran solaire dans le livre de Randier: "L'instrument de marine" (page 132). Rousselot est peu connu mais il existe des instruments à Florence et un graphomètre en Alsace>>.



### Où il est question de "sciatère":

- Dans l'ouvrage du père jésuite Ignace-Gaston Pardies (né le 5 septembre 1636 à Pau, mort à Paris le 22 avril 1673) : **Horologium thaumanticum duplex** (1662, in-4°), Paris. Cet opuscule contient la description du sciatère, instrument précieux pour tracer toutes sortes de cadrans, même sur les surfaces irrégulières. Il en a publié l'extrait en français (1673, in-12°).

- Dans l'ouvrage de Jacques Dudiuct:

**8177. DUDIUCT (Jaques)**. Le nouveau sciatère, pour fabriquer toutes sortes d'horloges solaires sans centre, et pour trouver sur mer le méridien et la hauteur du pôle.—Blois, G. Collas, 1631, in-8°. [23138]

- Dans le **Dictionnaire universel de mathématique et de physique par monfieur Saverien**. Tome second. A Paris M DCCLIII. Page 389. (consultable dans la bibliothèque virtuelle de la commission)

2)

noître plus particulièrement les autres.  
**SCIOGRAPHIE**. L'art des ombres ou des cadrans. (*Voiez GNOMONIQUE & CADRAN.*)

Cet art peut se renfermer dans la solution d'un problème qui m'a été proposé dans le courant de l'impression, c'est de tracer un cadran vertical sur un mur dont la déclinaison & l'inclinaison sont connues. Comme les occupations auxquelles j'étois livré, ne me permettoient pas de me distraire, M. *Montucla* qui se trouva présent lors de la proposition;

C c c iij

**SCIATER**. Nom que *Vitruve* donne à une aiguille qui marque par son ombre une certaine ligne, telle par exemple, que la méridienne. C'est de-là qu'on donne le nom *Sciaterique* à la science de disposer une aiguille, en sorte qu'elle montre les heures du jour par son ombre. (*Voiez ROSE DE VENTS, GNOMONIQUE & CADRAN.*)

**SCIATERE**. On appelle ainsi en Gnomonique tout instrument propre à tracer un cadran. Il est composé en général d'un cercle équinoxial dans le centre duquel passe un axe qu'on dispose parallèlement à l'axe du monde; & on projette ensuite par le milieu d'un quart de cercle ou autrement les heures de ce cadran sur tel plan où l'on veut en tracer un. On trouve dans le *Traité de la construction & usage des instrumens de Mathématique* de *Bion*, Liv. VIII. & dans la description de deux machines propres à faire des cadrans avec une très-grande facilité, par le P. *Pardies*, imprimées à la fin de son *Traité des Forces mouvantes*, on trouve, dis-je, différentes sortes de *Sciateres*. Quoique j'estime ces instrumens, ils me paroissent trop inférieurs à celui de M. l'Abbé *Dugaidy*, que j'ai décrit à l'article **GNOMONIQUE**, pour que je fasse connoître plus particulièrement les autres.

☛ Des commentaires sur cet outil seront les bienvenus. Les adresser à Ph. Sauvageot qui fera suivre à M. Morizet. Par avance merci.



## Des livres et des revues

### - Bibliothèque gnomonique virtuelle:

Aux 17 auteurs de notre "bibliothèque gnomonique virtuelle" présentés dans Cadran Info N°17, s'ajoute:

**BLAISE**: LA GNOMONIQUE OU LA SCIENCE DES CADRANS Par M. *Blaise Maître de Mathématiques*. A PARIS Chez Antoine Boudet, rue Saint-Jacques M DCC XLIV

*Présentation: 95 photographies en JPEG, chaque photo comporte 1 e page ou 1 planche. (au total 54309 Ko). CD – G. Oudenot*

**DAUNOU P.C.F**: COURS D'ETUDES HISTORIQUES par P.C.F. DAUNOU, pair de France; tome trisième. Paris Chez Firmin Didot frères, libraires, 1843.

*Présentation: dossier PDF comprenant l'ensemble des 546 pages de l'ouvrage. (17900Ko). Google.books*

**DIDEROT & D'ALEMBERT**: L'ENCYCLOPEDIE DE DIDEROT ET D'ALEMBERT; ASTRONOMIE, RECUEIL DE PLANCHES SUR LES SCIENCES, LES ARTS LIBERAUX ET LES ARTS MECHANTIQUES AVEC LEUR EXPLICATION.

*Présentation: dossier PDF comprenant l'ensemble du recueil et des planches. (7820Ko). Gallica*

**PARDIES**: ŒUVRES du RP IGNACE-GASTON PARDIES contenant I Les Elements de GEOMETRIE; 2 Un difcours du MOUVEMENT LOCAL; 3 LA STATISTIQUE, ou la Science DES FORCES MOUVANTES; 4 Deux machines propres à faire les QUADRANS; 5 Un difcours de la CONNAISSANCE DES BETES. A LYON Chez les freres BRUYSET, ruë Merciere, au soleil. MDCCXXV

*Présentation: dossier PDF comprenant l'ensemble des 499 pages de l'ouvrage plus le privilège général. (16400Ko). Google.books*

**SAVERIEN**: DICTIONNAIRE UNIVERSEL DE MATHÉMATIQUE ET DE PHYSIQUE. TOME SECOND. A PARIS chez Jacques Rollin, quai des Auguftins. MDCCLIII

*Présentation: dossier PDF comprenant l'ensemble des 499 pages de l'ouvrage plus le privilège général. (51800Ko). Google.books*

**SEVERINO Nicolas**: GNOMONICA CINESE Introduzione alla cultura gnomonica della cività cinese. Roccasecca 1997

*Présentation: dossier PDF comprenant l'ensemble des 29 pages de l'ouvrage. (23500Ko). ???*



☛ Appel à tous les chercheurs et explorateurs d'internet pour apporter de nouveaux titres, en particulier:

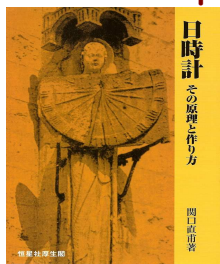
◦ **Alabraham BOSSE**: LA MANIERE VNIVERSELLE DE MR DESARGVES LYONNOIS POVR POSER L'ESSIEV & placer les heures & autres chofes aux CADRANS AV SOLEIL Par A.Bosse Graueur en taille Douce, en Ifle du Palais deuant la Megifferie, à la Roze Rouge. A PARIS M.DC.XLIII.

◦ **Jacques DUDUICT** concernant la sciatère, ouvrage de 1631 publié par G. Collas à Blois.

◦ **Ignace-Gaston PARDIES** : Horologium thaumanticum duplex (1662), Paris.

Par avance merci.

## - Nouvelles publications:



### ■ CADRANS SOLAIRES JAPONAIS

Entièrement rédigé en japonais ce livre présente les principes d'astronomie et de la gnomonique, ainsi que différents types de cadrans avec formules trigonométriques pour les construire. Il est écrit par le professeur Hajime Sekiguchi.

De nombreux schémas et quelques photos en N&B, montrent des cadrans classiques.



### ■ LE CADRAN SOLAIRE DIGITAL

Eléments en carton pré-découpés permettant de réaliser un cadran solaire digital. Explications en français.

Dans la même collection: Cadran stellaire, cadran universel, sextant, télescope de Newton et autres maquettes d'astronomie.

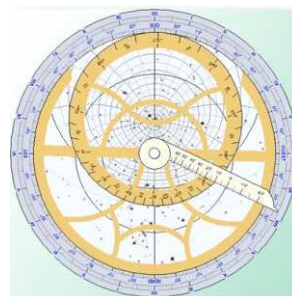
Edition: AstroMedia KlausHünig/dietrich Ahlers

Prix suivant article environ 11 à 13 euros



## Quelques Sites internet

◦ **François Blateyron** nous a présenté les nouveautés de la version 3.0.0 de son **logiciel Shadows** lors de la réunion à Sens. La grande innovation est la possibilité de dessiner et de réaliser un astrolabe planisphérique. Particulièrement complet, il comporte sur sa face: Cercles de hauteur (almicantarats); Arcs d'azimut; Cercles tropicaux et équatorial; Horizon et arcs crépusculaires; Voûte céleste (étoiles et constellations); Cercle écliptique et Zodiaque. Au dos on trouve les tracés : Calendrier (mois, jours); Longitude écliptique du Soleil, signes zodiacaux; Carré des ombres; Heures inégales; Courbe d'équation du temps. Vous pourrez utiliser directement votre astrolabe à l'écran en positionnant l'araignée (mettre le curseur au point de tangence araignée/limbe pour obtenir la rotation) et l'alidade (mettre le curseur à l'extrémité de celle-ci pour obtenir la rotation) suivant les informations que vous souhaitez obtenir.



A noter des articles sur les différents types d'astrolabes, la projection stéréographique, les usages d'un astrolabe, le tout complété par une démonstration animée.

[www.shadowspro.com/fr/index.html](http://www.shadowspro.com/fr/index.html)

⇒ Dans la version CDrom de Cadran Info vous trouverez en annexe: un clip vidéo de démonstration.

◦ Photos de cadran solaires:

- Localisation et photos de cadrans en Irlande:

[Emplacements des cadrans solaires en Irlande \(par MJHarley\)](#)

- **Cadrans solaires hongrois:**

[Les albums photos de cadrans solaires hongrois](#)

- **Plus de 900 cadrans:**

[Près de 200 photos de cadrans solaires et autres horloges astronomiques \(par Peter Lindner\)](#)

- **30 cadrans à Berlin:**

[Sundials in Berlin](#)

° **Rénovation du cadran solaire de la colonne Médicis:**

A lire, deux pages PDF signées de D. Savoie, sur l'histoire du cadran que A.G. Pigné installa en 1764 à la demande de Viarmes, prévôt des marchands sur la place des Halles à Paris. A 16 mètres de hauteur, il comportait 15 styles horizontaux projetant des ombres sur un espace de 3m. Le projet de rénovation, dans le cadre de la rénovation du jardin des Halles, propose de réhabiliter ce cadran unique au monde en réinstallant les 15 styles et en retraçant le cadran après avoir lissé la surface de la colonne concernée par la projection de l'ombre.



*Le cadran solaire du chausse Pigné sur la colonne Médicis.*

<http://www.paris.fr/portail/viewmultimediacommentaire?multimediacommentaire-id=25299>

° **Cadrans solaires pour jardins** (site communiqué par M. Kieffer)

M. Andrewes, qui demeure au Massachusetts, construit des cadrans solaires dont la valeur varie entre 18 000\$ et 150 000\$, en Europe et en Amérique du Nord.

<http://montoit.cyberpresse.ca/jardinage/articles/8675-La-vogue-des-cadrans-solaires-dans-le-jardin.html>

° **Un cadran dans le parc de Rouelles au Havre** (site communiqué par JM. Ansel)

<http://lehavredavant.canalblog.com/archives/2008/08/20/index.html>

° **SITE de notre COMMISSION:**

<http://www.astrosurf.com/saf/> > Site SAF COMMISSION DES CADRANS SOLAIRES

Il a été mis à jour le 25 août. Vous trouverez en particulier les nouveaux chiffres de l'inventaire 2008, la prise en compte des nouvelles études, des nouveaux livres et les dates des 2 réunions 2009.

Merci à Alain Fortin qui bénévolement nous a permis d'avoir un site à la hauteur de nos souhaits. C'est François Blateyron, membre de la SAF et "père" du logiciel Shadows, qui reprendra en octobre la gestion du site.

Le lien entre l'ancienne page d'accueil de notre commission sur le site initial de la SAF (<http://www2.saf-lastronomie.com/accueil.html>) vers notre page sur Astrosurf, n'a pas encore été réalisé à la date du 25/08/08. Le Webmaster de la SAF a prévu de le faire.



## Articles à paraître dans Cadran Info

Les informations du présent bulletin sont arrêtées le 26 août 2008. Merci aux auteurs ci-dessous pour leurs articles en réserve de publication:

\* **Riccardo Anselmi:** " La méridienne de l'église de la Visitazione a Perinaldo "

\* **Benoit Didier:** Cadrans de M. Rouanet; La méridienne verticale acoustique de la cathédrale de Saint Pons de Thomières dans l'Hérault.

\* **Gagnaire Paul:** Nous a communiqué de nombreuses études et articles dont il est l'auteur et qui viendront enrichir nos prochains bulletins.

\* **Gottelan André:** Les phéniciens et l'astronomie

\* **Savoie Denis:** " les nocturlabes ".

Le cadran présenté au dos de Cadran Info est la maquette au 1/10<sup>ème</sup> d'une future stèle gnomonique Celle-ci sera érigée dans la commune "Le SABLIER", proche de la ville de Lisieux. L'auteur est Jean Marin.